Uczenie ze wzmocnieniem

Piotr Duch

pduch@iis.p.lodz.pl
Instytut Informatyki Stosowanej
Politechnika Łódzka

Zima 2023

Plan wykładu

Informacje ogólne:

- Materiały wykładowe oraz laboratoryjne dostępne są na stronie (pduch.iis.p.lodz.pl).
- Literatura podstawowa:
  - Richard S. Sutton, and Andrew G. Barto. *Reinforcement learning: An introduction*. MIT press, 2018.
  - Morales, Miguel. *Grokking deep reinforcement learning*. Simon and Schuster, 2020.
- Wykłady uzupełniające:
  - RL Course by David Silver - https://www.youtube.com
  - CS 188: Artificial Intelligence by Pieter Abbeel (wykład 10 i 11)- https://www.youtube.com/watch?v=IXuHxkpO5E8
- Materiały dodatkowe:
  - Practical RL Course by Yandex School of Data Analysis - https://github.com/yandexdataschool/Practical_RL
  - CS 188: Introduction to Artificial Intelligence by Berkeley University of California - https://inst.eecs.berkeley.edu/ cs188/fa19/project3/

Informacje ogólne - zaliczenie:

- Projekt:
  - Zadania do wykonania w Pythonie (3 notebooki pythonowe, jeden projekt),
  - Projekt własnej gry w Pythonie wraz z implementacja wybranych algorytmów.
  - Ocena końcowa:
    - Część I - 66% - 73% ocena 3, 73% - 80% ocena 3.5, 80% - 87% ocena 4, 87% - 94% ocena 4.5, 94% i wyżej - 5.
    - Część II - ocena projektu.
    - Część III - ocena na podstawie turnieju botów.
    - Ocena końcowa jest oceną ważoną z każdej części (20%, 40%, 40%). Konieczne jest uzyskanie pozytywnej oceny z każdej części.
- Wykład - odpowiedź ustna.
- Kontakt:
  - poprzez platformę MS Teams na chacie indywidualnym,
  - mailowo: pduch@iis.p.lodz.pl.

Informacje szczegółowe - plan działania:

- Minimax, Alpha-Beta, Expectimax - *Project 2: Multi-Agent Search, Berkeley*.
- MCTS - *Monte Carlo Tree Search* - implementacja we własnym projekcie.
- Uczenie pasywne (*Policy Evaluation*, *Policy Improvement*, *Policy Iteration*, *Value Iteration*) - Notebook Pythonowy 1 + implementacja wybranego algorytmu we wsłasnym projekcie (Pliki dodatkowe do notebooków).
- Uczenie aktywne (*Q-Learning*, *Sarsa*, *Expected Sarsa*, *Sarsa (λ)*, *Double Q-Learning*) - Notebook Pythonowy 2 i Notebook Pythonowy 3 + implementacja wybranego algorytmu we wsłasnym projekcie.
- Aproksymacja funkcji wartości - implementacja we własnym projekcie

Informacje szczegółowe - terminy:

- Minimax, Alpha-Beta, Expectimax.
- MCTS - *Monte Carlo Tree Search* - implementacja we własnym projekcie.
- Uczenie pasywne (*Policy Evaluation*, *Policy Improvement*, *Policy Iteration*, *Value Iteration*) - + implementacja wybranego algorytmu we wsłasnym projekcie.
- Uczenie aktywne (*Q-Learning*, *Sarsa*, *Expected Sarsa*, *Sarsa* (λ), *Double Q-Learning*)i implementacja wybranego algorytmu we wsłasnym projekcie.
- Aproksymacja funkcji wartości - implementacja we własnym projekcie + implementacja w pacmanie (Multiagent Pacman).

Uczenie ze wzmocnieniem
Wprowadzenie

Uczenie ze wzmocnieniem - wprowadzenie

Wprowadzenie

Uczenie ze wzmocnieniem - wprowadzenie

Wprowadzenie

Uczenie maszynowe:

Uczenie ze wzmocnieniem - wprowadzenie

Wprowadzenie

Uczenie maszynowe:

- Uczenie z nadzorem:
  - Klasyfikacja.
  - Regresja (predykcja).

Uczenie ze wzmocnieniem - wprowadzenie

Wprowadzenie

Uczenie maszynowe:

- Uczenie z nadzorem:
  - Klasyfikacja.
  - Regresja (predykcja).
- Uczenie bez nadzoru:
  - Grupowanie (m.in. klasteryzacja, analiza skupień).
  - Redukcja wymiarów.
  - Uzupełnianie wartości.

Uczenie ze wzmocnieniem - wprowadzenie

Wprowadzenie

Uczenie maszynowe:

- Uczenie z nadzorem:
  - Klasyfikacja.
  - Regresja (predykcja).
- Uczenie bez nadzoru:
  - Grupowanie (m.in. klasteryzacja, analiza skupień).
  - Redukcja wymiarów.
  - Uzupełnianie wartości.
- Uczenie ze wzmocnieniem.

Uczenie ze wzmocnieniem - wprowadzenie

Wprowadzenie

Co odróżnia uczenie ze wzmocnieniem od innych działów uczenia maszynowego:

Uczenie ze wzmocnieniem - wprowadzenie

Wprowadzenie

Co odróżnia uczenie ze wzmocnieniem od innych działów uczenia maszynowego:

- Nie potrzebna jest baza danych - agent uczy się na podstawie informacji o nagrodach otrzymywanych ze środowiska.

Uczenie ze wzmocnieniem - wprowadzenie

Wprowadzenie

Co odróżnia uczenie ze wzmocnieniem od innych działów uczenia maszynowego:

- Nie potrzebna jest baza danych - agent uczy się na podstawie informacji o nagrodach otrzymywanych ze środowiska.
- Nagroda może być odłożona w czasie.

Uczenie ze wzmocnieniem - wprowadzenie

Wprowadzenie

Co odróżnia uczenie ze wzmocnieniem od innych działów uczenia maszynowego:

- Nie potrzebna jest baza danych - agent uczy się na podstawie informacji o nagrodach otrzymywanych ze środowiska.
- Nagroda może być odłożona w czasie.
- Czas ma znaczenie.

Uczenie ze wzmocnieniem - wprowadzenie

Wprowadzenie

Co odróżnia uczenie ze wzmocnieniem od innych działów uczenia maszynowego:

- Nie potrzebna jest baza danych - agent uczy się na podstawie informacji o nagrodach otrzymywanych ze środowiska.
- Nagroda może być odłożona w czasie.
- Czas ma znaczenie.
- Działanie agenta ma wpływ na dane, jakie otrzymuje ze środowiska.

Uczenie ze wzmocnieniem - wprowadzenie

Wprowadzenie

Co to jest:

- **Agent** wchodzi w interakcję ze **środowiskiem**, w którym chce osiągnąć określony **cel**.
- **Akcje** podjęte przez agenta są oceniane przez środowisko.
- W wyniku wykonania wybranej akcji, agent otrzymuje **nagrodę** (może być pozytywna lub negatywna).

Uczenie ze wzmocnieniem - wprowadzenie

Metody

- Uczenie pasywne:
  - Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*)
  - Polepszanie strategii (ang. *Policy Improvement*)
  - Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*)
  - Iteracyjne obliczanie funkcji wartości (ang. *Value Iteration*)

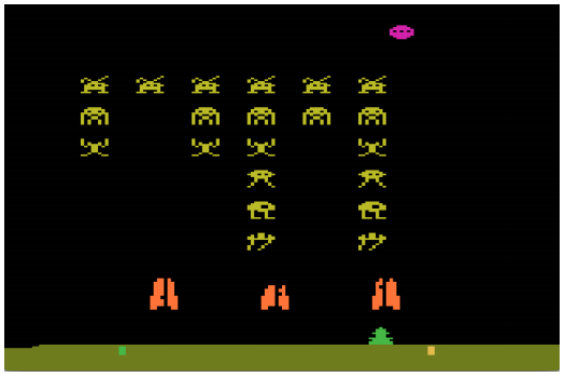
Uczenie ze wzmocnieniem - wprowadzenie

Metody cd.

- Uczenie aktywne:
  - Metody różnic czasowych (ang. *Temporal Difference Learning*)
    - Monte Carlo
    - Q-Learning
    - SARSA
  - Metody aproksymacyjne
    - Aproksymacja funkcji wartości (ang. *Approximate Q-Learning*)
  - Metody wykorzystujące głębokie sieci neuronowe
    - Deep Q-Learning
    - Double Q-Learning
    - Actor-Critic
    - REINFORCE
    - Policy Gradient

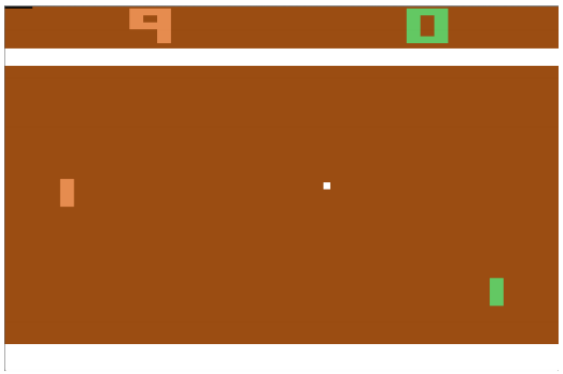
Wprowadzenie

Przykłady



(a) Space Invaders

(b) Beam Rider



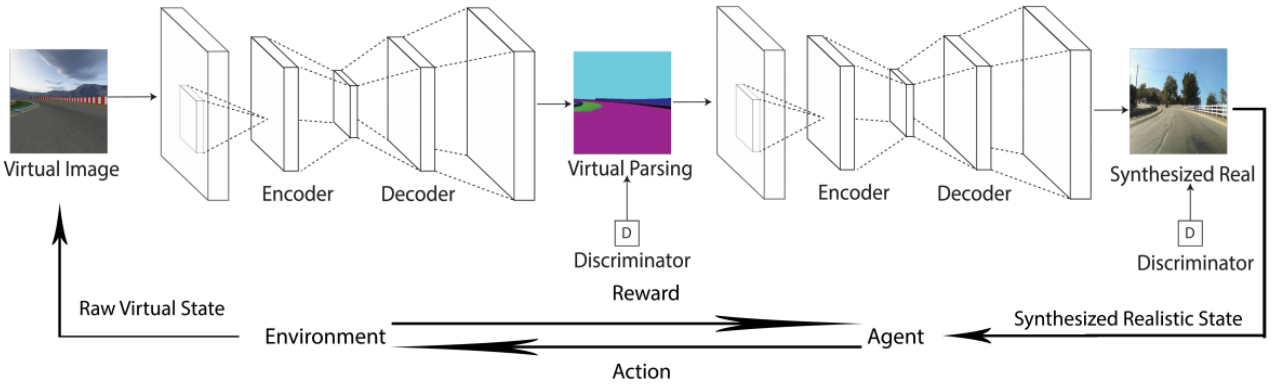
(c) Pong

(d) Breakout

Rysunek 1: Mnih, Volodymyr, et al. "Playing atari with deep reinforcement learning." (2013).

Wprowadzenie

Przykłady cd.



Pan, Xinlei, et al. "Virtual to real reinforcement learning for autonomous driving." arXiv preprint arXiv:1704.03952 (2017).

Wprowadzenie

Przykłady cd.

A: Where are you going? (1)
B: I'm going to the police station. (2)
A: I'll come with you. (3)
B: No, no, no, no, you're not going anywhere. (4)
A: Why? (5)
B: I need you to stay here. (6)
A: I don't know what you are talking about. (7)

A: How old are you? (1)
B: I'm 16. Why are you asking? (2)
A I thought you were 12. (3)
B: What made you think so? (4)
A: I don't know what you are talking about. (5)
B: You don't know what you are saying. (6)

Li, Jiwei, et al. "Deep reinforcement learning for dialogue generation." (2016).

Wprowadzenie

Przykłady cd.

Obrót akcjami:

- Dempster, Michael AH, and Vasco Leemans. "An automated FX trading system using adaptive reinforcement learning." Expert Systems with Applications 30.3 (2006): 543-552.
- Xiong, Zhuoran, et al. "Practical deep reinforcement learning approach for stock trading." arXiv preprint arXiv:1811.07522 (2018).
- Carapuço, João, Rui Neves, and Nuno Horta. "Reinforcement learning applied to Forex trading." Applied Soft Computing 73 (2018): 783-794.

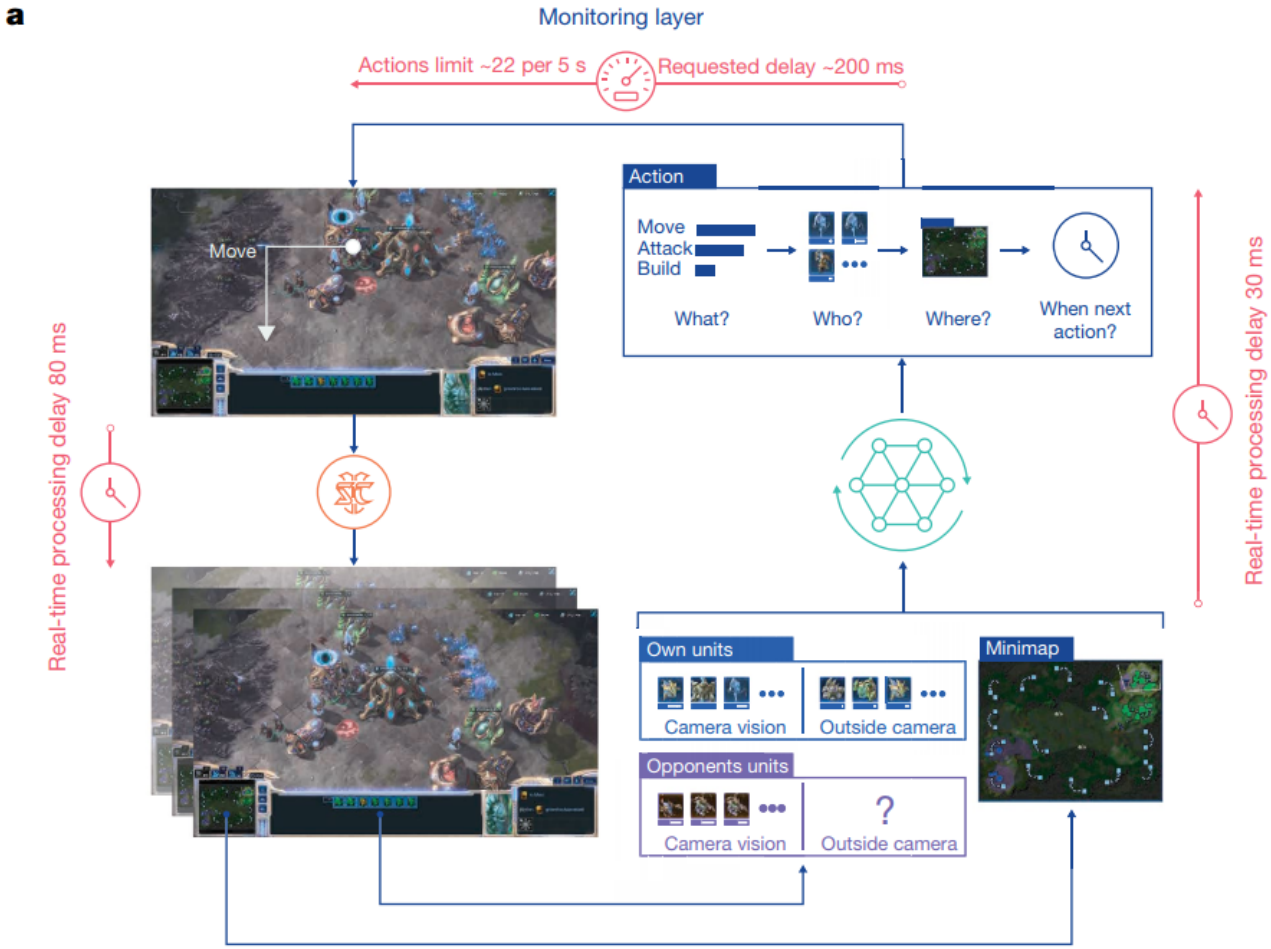
Wprowadzenie

Przykłady cd.

Rysunek 3: Od AlphaGo do MuZero

Wprowadzenie

Przykłady cd.



Rysunek 4: AlphaStar

Algorytmy w systemach wieloagentowych

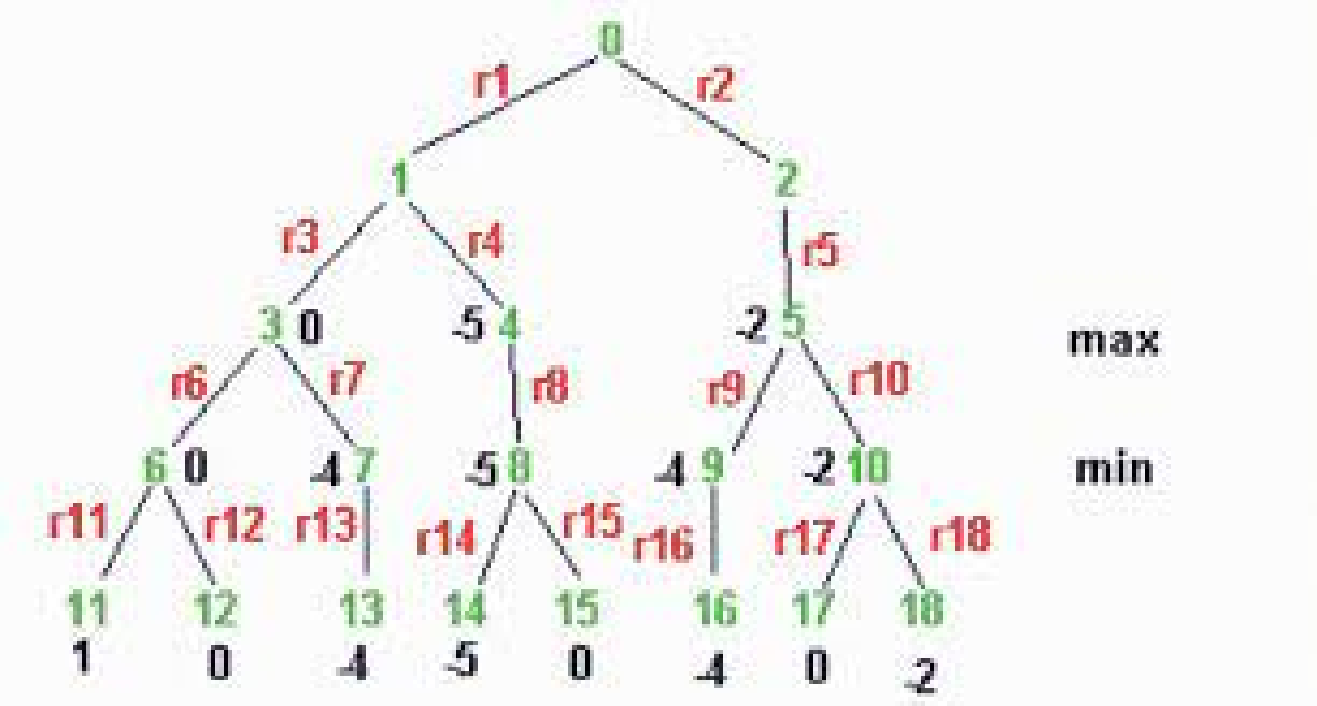
(ang. *Multi-agent search algorithms*)

Algorytmy

- Minimax
- Alpha-Beta
- Monte Carlo Tree Search (MCTS)

Algorytmy

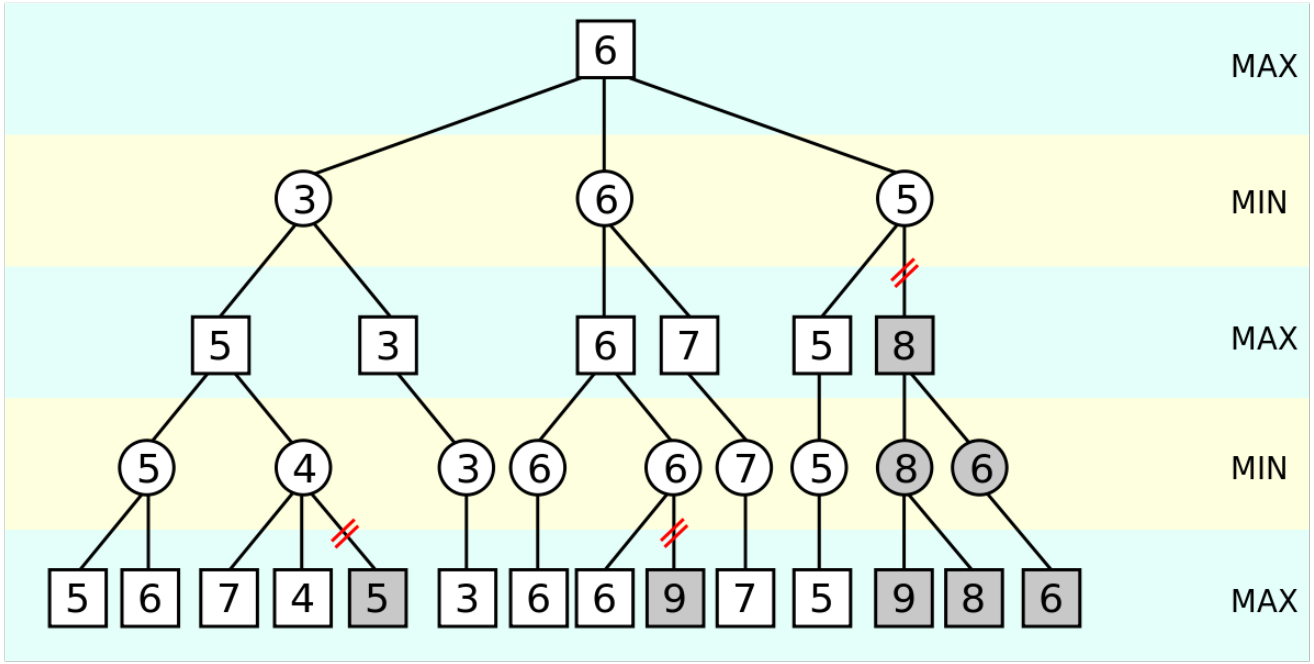
Minimax



Rysunek 5: Minimax

Algorytmy

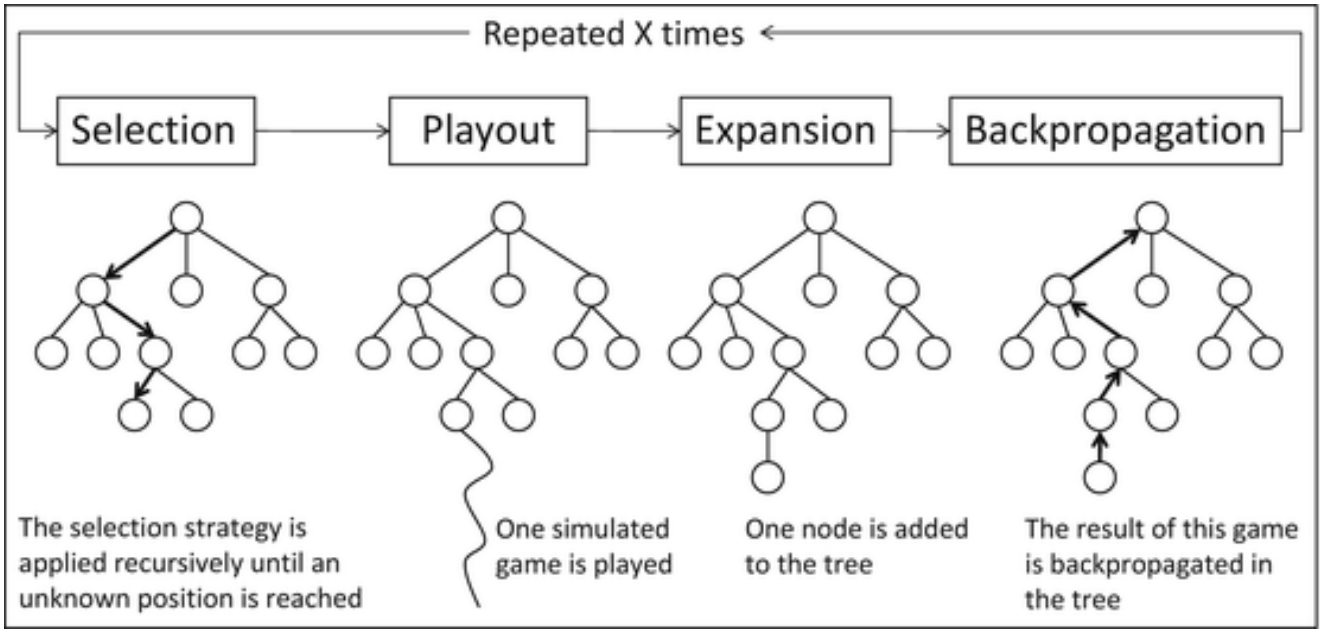
Alpha-Beta



Rysunek 6: Alpha-Beta - Wikipedia

Algorytmy

MCTS



Rysunek 7: Monte-Carlo Tree Search in Board Games

Algorytmy
MCTS

- Selekcja - wybieramy ścieżkę od początkowego węzła do najbardziej obiecującego liścia.

Algorytmy
MCTS

- Selekcja - wybieramy ścieżkę od początkowego węzła do najbardziej obiecującego liścia.

$$UCB(node_i) = \frac{w_i}{n_i} + c\sqrt{\frac{logN}{n_i}} \tag{1}$$

- Ekspansja - rozwinięcie, wybieramy losowy węzeł z ostatniego liścia.
- Symulacja (Roll-out) - rozgrywamy wiele gier losowo zapamiętując wyniki.
- Propagacja wsteczna - aktualizujemy wartości wcześniejszych węzłów.

Algorytmy

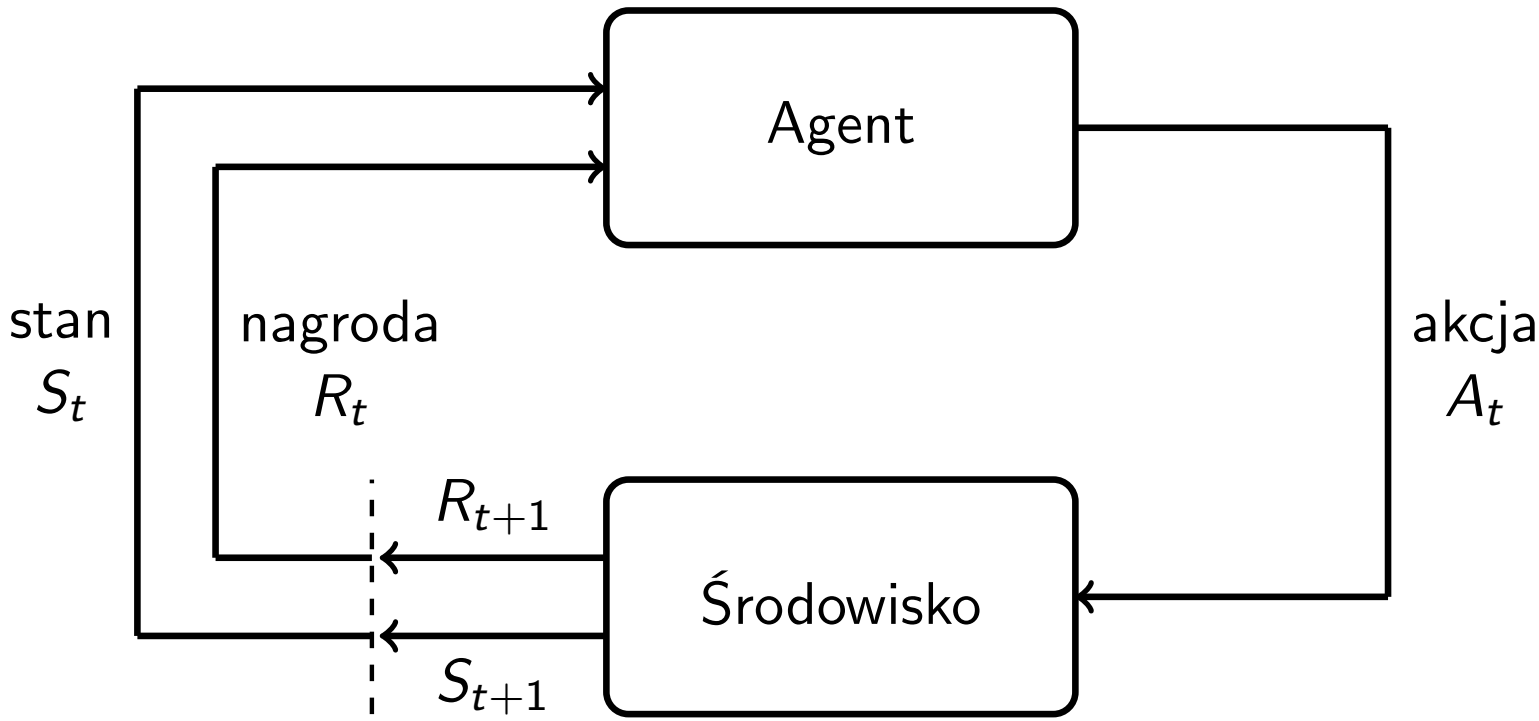
Projekt

- Minimax, Alpha-Beta, Expectimax - *Project 2: Multi-Agent Search, Berkeley*.
- MCTS - implementacja we własnym projekcie.

Uczenie ze wzmocnieniem
Podstawowe pojęcia

Podstawowe pojęcia

Interakcja agent - środowisko



Podstawowe pojęcia

Środowisko (ang. *Environment*, np. plansza do gry Pacman):

- Opisuje świat, z którym agent wchodzi w interakcję
- Wejście:
  - Akcja
- Wyjście:
  - Stan
  - Nagroda

Podstawowe pojęcia

Agent (ang. *Agent*):

- Poprzez interakcję ze środowiskiem uczy się, jak osiągnąć założony cel
- Wejście:
  - Stan
  - Nagroda
- Wyjście:
  - Akcja

Podstawowe pojęcia

Nagroda (ang. *Reward*):

- Wartość zwracana przez środowisko w momencie wykonania akcji wybranej przez agenta.
- Reprezentuje cel, lub cele, jakie agent ma osiągnąć.
- Oznaczenie: r_t - nagroda otrzymana w chwili czasu t.

Podstawowe pojęcia

Oczekiwana nagroda (ang. *Return*):

- Oczekiwana nagroda po zakończeniu bieżącego epizodu.
- Celem uczenia za wzmocnieniem jest maksymalizacja nagrody oczekiwanej.
- Oznaczenie: G_t - oczekiwana nagroda w chwili czasu t.

$$G_t \doteq R_{t+1} + R_{t+2} + R_{t+3} + \cdots + R_T \tag{2}$$

Podstawowe pojęcia

Akcja (ang. *Action*):

- Dyskretna (1 z N dostępnych w danym środowisku).
- Ciągła (wartość lub wektor wartości).

Podstawowe pojęcia

Strategia (ang. *Policy*):

- Zasady, według których wybierana jest akcja w danym stanie.
- Może być deterministyczna lub stochastyczna.
- Oznaczenie: π.

Podstawowe pojęcia

Funkcja wartości (oceny, ang. *Value function*):

- Określa, jak dobrze być w danym stanie.
- Oczekiwana suma nagród, jaką możemy otrzymać, rozpoczynając w stanie s i działając zgodnie ze strategią π.
- Rodzaje:
  - Funkcja wartości stanu $V^{\pi}(s)$ - jak dobrze być w stanie s, działając zgodnie ze strategią π.
  - Funkcja wartości stanu-akcji $Q^{\pi}(s, a)$ - jak dobrze będąc w stanie s jest wykonać akcję a, działając zgodnie ze strategią π.

Podstawowe pojęcia

Stan (ang. *State*):

- Zbiór wartości opisujących aktualną sytuację.
- Jest podstawą wyboru akcji przez agenta zgodnie z jego strategią.

Podstawowe pojęcia

Proces decyzyjny Markowa

Własność Markowa

Własność procesów stochastycznych polegająca na tym, że warunkowe rozkłady prawdopodobieństwa przyszłych stanów procesu są zdeterminowane wyłącznie przez jego bieżący stan, bez względu na przeszłość.

Wikipedia

Podstawowe pojęcia

Proces decyzyjny Markowa

Proces decyzyjny Markowa (ang. *Markov Decision Process* (MDP))

Ciąg zdarzeń, w którym prawdopodobieństwo każdego zdarzenia zależy jedynie od wyniku poprzedniego. W ujęciu matematycznym, procesy Markowa to takie procesy stochastyczne, które spełniają własność Markowa.

Wikipedia

Podstawowe pojęcia

Proces decyzyjny Markowa

Elementy MDP:

Podstawowe pojęcia

Proces decyzyjny Markowa

Elementy MDP:

- Stany:
  - S - zbiór wszystkich możliwych stanów.
  - s - pojedynczy stan ($s \in S$).
  - s_0 - stan początkowy ($s_0 \in S$).

Podstawowe pojęcia

Proces decyzyjny Markowa

Elementy MDP:

- Stany:
  - S - zbiór wszystkich możliwych stanów.
  - s - pojedynczy stan ($s \in S$).
  - s_0 - stan początkowy ($s_0 \in S$).
- Akcje:
  - A - zbiór wszystkich możliwych akcji.
  - a - pojedyncza akcja.
  - $A(s)$ - zbiór akcji możliwych do wykonania w stanie s.

Podstawowe pojęcia

Proces decyzyjny Markowa

Elementy MDP:

- Stany:
  - S - zbiór wszystkich możliwych stanów.
  - s - pojedynczy stan ($s \in S$).
  - s_0 - stan początkowy ($s_0 \in S$).
- Akcje:
  - A - zbiór wszystkich możliwych akcji.
  - a - pojedyncza akcja.
  - $A(s)$ - zbiór akcji możliwych do wykonania w stanie s.
- Model środowiska:
  - $P(s'|s,a)$ - prawdopodobieństwo przejścia ze stanu s do stanu s', wykonując akcję a.
  - $P(s',r|s,a)$ - prawdopodobieństwo przejścia ze stanu s do stanu s' i otrzymania nagrody r, wykonując akcję a.

Podstawowe pojęcia

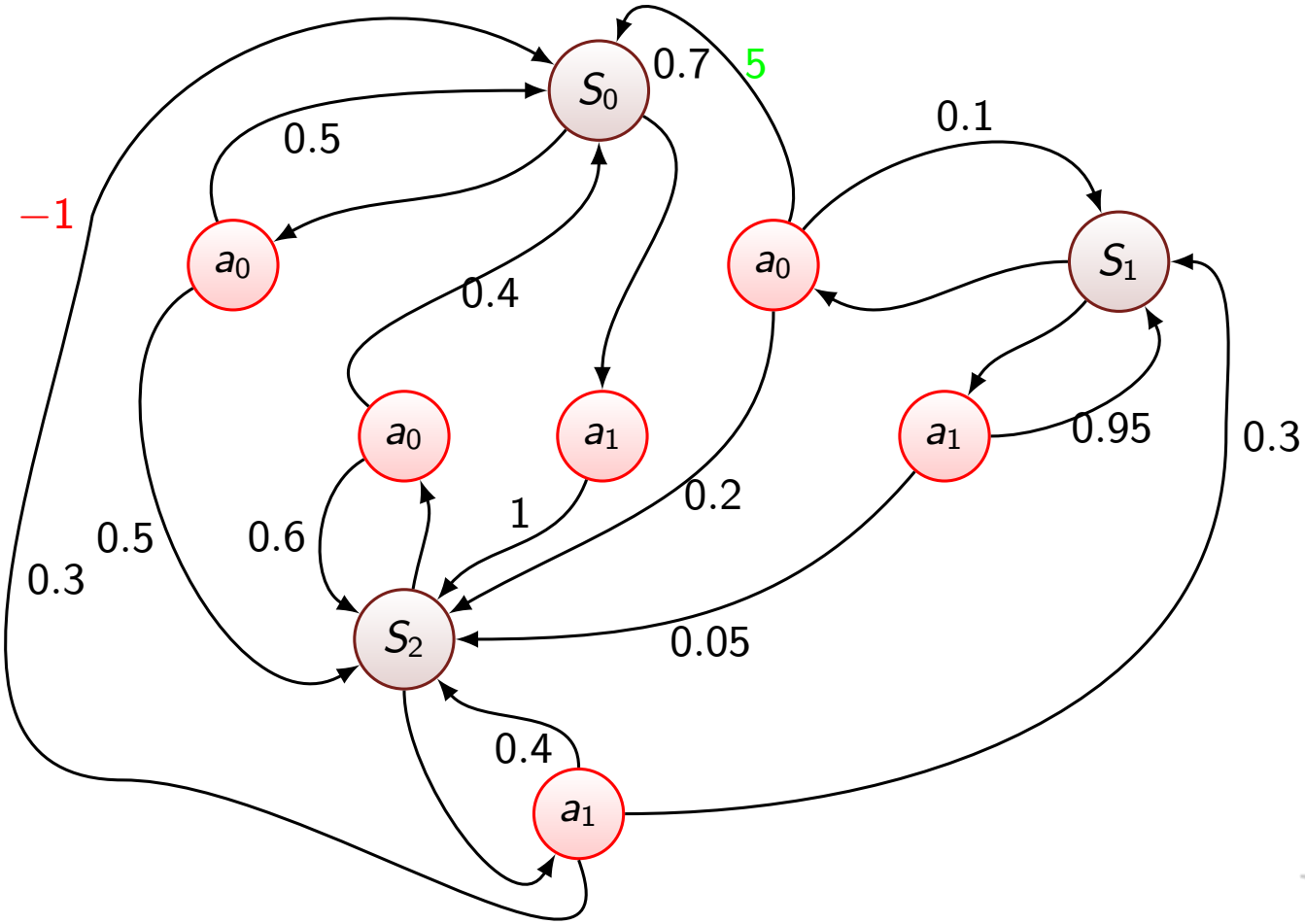
Proces decyzyjny Markowa

Elementy MDP:

- Stany:
  - S - zbiór wszystkich możliwych stanów.
  - s - pojedynczy stan ($s \in S$).
  - s_0 - stan początkowy ($s_0 \in S$).
- Akcje:
  - A - zbiór wszystkich możliwych akcji.
  - a - pojedyncza akcja.
  - $A(s)$ - zbiór akcji możliwych do wykonania w stanie s.
- Model środowiska:
  - $P(s'|s,a)$ - prawdopodobieństwo przejścia ze stanu s do stanu s', wykonując akcję a.
  - $P(s',r|s,a)$ - prawdopodobieństwo przejścia ze stanu s do stanu s' i otrzymania nagrody r, wykonując akcję a.
- Funkcja nagrody R(s).

Podstawowe pojęcia

Proces decyzyjny Markowa



Podstawowe pojęcia

Funkcje wartości

- Funkcja wartości stanu dla strategii π.

$$v_\pi(s) \doteq \mathbb{E}[G_t | S_t = s] \tag{3}$$

Podstawowe pojęcia

Funkcje wartości

- Funkcja wartości stanu dla strategii π.

$$v_\pi(s) \doteq \mathbb{E}[G_t|S_t = s] \tag{3}$$

- Funkcja wartości stanu-akcji dla strategii π.

$$q_\pi(s, a) \doteq \mathbb{E}[G_t|S_t = s, A_t = a] \tag{4}$$

Podstawowe pojęcia

Funkcje wartości

- Funkcja wartości stanu dla strategii π.

$$v_\pi(s) \doteq \mathbb{E}[G_t|S_t = s] \tag{3}$$

- Funkcja wartości stanu-akcji dla strategii π.

$$q_\pi(s, a) \doteq \mathbb{E}[G_t|S_t = s, A_t = a] \tag{4}$$

- Fukcje wartości mogą być obliczane na podstawie doświadczenia.

Podstawowe pojęcia

Równanie Bellmana

$$
\begin{aligned}
v_\pi(s) &\doteq \mathbb{E}[G_t|S_t = s] \\
&= \mathbb{E}[R_{t+1} + \gamma G_{t+1}|S_t = s] \\
&= \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma \mathbb{E}[G_{t+1}|S_{t+1} = s]] \\
&= \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma v_\pi(s')], \text{dla wszystkich } s \in S.
\end{aligned} \tag{5}
$$

Podstawowe pojęcia

Równanie Bellmana

$$v_\pi(s) \doteq \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma v_\pi(s')]$$

Podstawowe pojęcia

Równanie Bellmana

Prawdopodobieństwo wyboru akcji a w stanie s zgodnie z założoną stategią π

$$v_\pi(s) \doteq \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma v_\pi(s')]$$

Podstawowe pojęcia

Równanie Bellmana

Prawdopodobieństwo wyboru akcji a w stanie s zgodnie z założoną stategią π

$$v_\pi(s) \doteq \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a) \left[r + \gamma v_\pi(s') \right]$$

Prawdopodobieństwo przejścia do stanu s', i otrzymania nagrody r, ze stanu s wybierając akcję a zgodnie z założoną stategią π

Podstawowe pojęcia

Równanie Bellmana

Prawdopodobieństwo wyboru akcji a w stanie s zgodnie z założoną stategią π

Nagroda otrzymana w wyniku wykonania akcji a oraz przejścia do stanu s'

$$v_\pi(s) \doteq \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a) [r + \gamma v_\pi(s')]$$

Prawdopodobieństwo przejścia do stanu s', i otrzymania nagrody r, ze stanu s wybierając akcję a zgodnie z założoną stategią π

Podstawowe pojęcia

Równanie Bellmana

Prawdopodobieństwo wyboru akcji a w stanie s zgodnie z założoną stategią π

Nagroda otrzymana w wyniku wykonania akcji a oraz przejścia do stanu s'

$$v_\pi(s) \doteq \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a) \left[r + \gamma v_\pi(s') \right]$$

Prawdopodobieństwo przejścia do stanu s', i otrzymania nagrody r, ze stanu s wybierając akcję a zgodnie z założoną stategią π

Przewidywana skumulowana nagroda w stanie s'

Podstawowe pojęcia

Materiały uzupełniające

- Książka *Reinforcement Learning: An Introduction*, Richard S. Sutton and Andrew G. Barto, wydanie drugie, 2018.
  - Rozdział 1 - *Introduction*.
  - Rozdział 3 - *Finite Markov Decision Processes*.
- Książka *Grokking Deep Reinforcement Learning*, Miguel Morales, 2020.
  - Rozdział 2 - *Mathematical foundations of reinforcement learning*.
- Video *RL Course by David Silver - Lecture 1: Introduction to Reinforcement Learning*.

Uczenie pasywne

(ang. *model based learning*)

Uczenie pasywne

Algorytmy:

- Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*).
- Polepszanie strategii (ang. *Policy Improvement*).
- Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*).
- Iteracyjne obliczanie funkcji wartości (ang. *Value Iteration*).

Uczenie pasywne

Ocena strategii

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*)

Cele:

- Oszacowanie wartości dla każdego stanu, dla założonej strategii.
- Wyznaczenie $v_\pi(s)$ dla każdego $s \in S$, dla założonej strategii π.

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*)

Cele:

- Oszacowanie wartości dla każdego stanu, dla założonej strategii.
- Wyznaczenie $v_\pi(s)$ dla każdego $s \in S$, dla założonej strategii π.

Rozwiązanie:

- Metoda iteracyjna:

$$V_{k+1}(s) = \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma V_k(s')]$$

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*)

Cele:

- Oszacowanie wartości dla każdego stanu, dla założonej strategii.
- Wyznaczenie $v_\pi(s)$ dla każdego $s \in S$, dla założonej strategii π.

Rozwiązanie:

- Metoda iteracyjna:

$$V_{k+1}(s) = \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma V_k(s')]$$

Warianty:

- Dwie macierze.
- Obliczenia w miejscu.

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*)

Ocena strategii

Wejście:

- π - strategia, która ma zostać oszacowana.
- θ - dokładność szacowania strategii.

Wyjście:

- $\mathbf{V(s)}$ - funkcja wartości stanów wyznaczona dla strategii π.

Inicjalizacja tablicy wartości stanów $V(s)$ losowymi wartościami, za wyjątkiem stanu końcowego, któremu przypisana jest wartość 0.
Licz:

$\Delta \leftarrow 0$
Dla każdego $s \in S$:
$v \leftarrow V(s)$
$V(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma v_\pi(s')]$
$\Delta \leftarrow \max(\Delta, |v - V(s)|)$
Dopóki $\Delta > \theta$

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*)

Iterative Policy Evaluation

Input π, the policy to be evaluated
Algorithm parameter: a small threshold θ ¿ 0 determining accuracy of estimation
Initialize $V(s)$, for all $s \in S^+$, arbitrarily except that $V(\mathit{terminal}) = 0$
Loop:

$\Delta \leftarrow 0$
Loop for each $s \in S$:

$v \leftarrow V(s)$
$V(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma v_\pi(s')]$
$\Delta \leftarrow \max(\Delta, |v - V(s)|)$

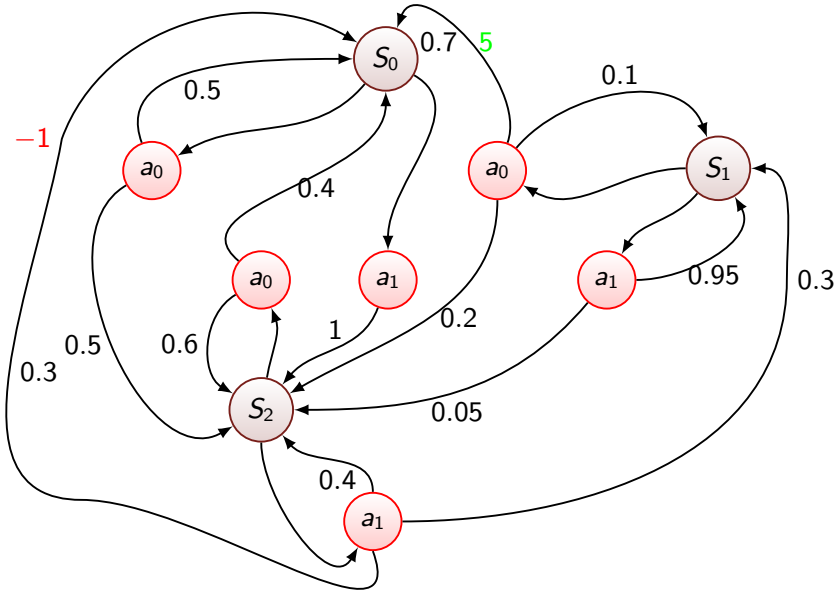
until $\Delta > \theta$

Sutton, Richard S., and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*) - przykład liczbowy

Model środowiska:



Strategia:

W każdym stanie prawdopodobieństwo wyboru każdej z możliwych akcji jest takie samo.

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*) - przykład liczbowy cd.

Wejście:

- Stany:
  - $S = \{s_0, s_1, s_2\}$.
- Akcje:
  - $A_{s_0} = \{a_0, a_1\}$.
  - $A_{s_1} = \{a_0, a_1\}$.
  - $A_{s_2} = \{a_0, a_1\}$.
- Funkcja wartości:
  - $V(s_0) = 0,\ V(s_1) = 0,\ V(s_2) = 0$.
- Strategia:
  - $\pi(a_0|s_0) = \pi(a_1|s_0) = 0.5$.
  - $\pi(a_0|s_1) = \pi(a_1|s_1) = 0.5$.
  - $\pi(a_0|s_2) = \pi(a_1|s_2) = 0.5$.

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*) - przykład liczbowy cd.

Wejście:

- Prawdopodobieństwo przejścia:
  - $p(s_2|s_0, a_0) = 0.5$, $p(s_0|s_0, a_0) = 0.5$, $p(s_2|s_0, a_1) = 1$.
  - $p(s_0|s_1, a_0) = 0.7$, $p(s_1|s_1, a_0) = 0.1$, $p(s_2|s_1, a_0) = 0.2$, $p(s_1|s_1, a_1) = 0.95$, $p(s_2|s_1, a_1) = 0.05$.
  - $p(s_0|s_2, a_0) = 0.4$, $p(s_2|s_2, a_0) = 0.6$, $p(s_0|s_2, a_1) = 0.3$, $p(s_1|s_2, a_1) = 0.3$, $p(s_2|s_2, a_1) = 0.4$.
- Nagroda:
  - $r(s_1, a_0, s_0) = 5$.
  - $r(s_2, a_1, s_0) = -1$.
  - W pozostałych przypadkach: $r = 0$.
- Discount factor:
  - $\gamma = 0.9$.

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*) - przykład liczbowy cd.

Dla każdego $s \in S$:

$$V_{k+1}(s) = \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma V_k(s')]$$

Krok 1 (dla stanu s_0):
Potrzebne dane:

- $\pi(a_0|s_0) = \pi(a_1|s_0) = 0.5$.
- $p(s_2|s_0, a_0) = 0.5$, $p(s_0|s_0, a_0) = 0.5$, $p(s_2|s_0, a_1) = 1$.
- $r = 0$.
- $V_0(s_0) = V_0(s_1) = V_0(s_2) = 0$

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*) - przykład liczbowy cd.

Krok 1 (dla stanu s_0):

$$\begin{aligned} V_1(s_0) = \pi(a_0|s_0) \quad * \quad & [p(s_2|s_0,a_0) * (r + \gamma * V_0(s_2)) + \\ & p(s_0|s_0,a_0) * (r + \gamma * V_0(s_0))] + \\ \pi(a_1|s_0) \quad * \quad & [p(s_2|s_0,a_1) * (r + \gamma * V_0(s_2))] \end{aligned}$$

Po podstawieniu wartości otrzymujemy:

$$\begin{aligned} V_1(s_0) = 0.5 \quad * \quad & [0.5 * (0 + 0.9 * 0) + \\ & 0.5 * (0 + 0.9 * 0)] + \\ 0.5 \quad * \quad & [1 * (0 + 0.9 * 0)] \end{aligned}$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$V_1(s_0) = 0$$

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*) - przykład liczbowy cd.

Dla każdego $s \in S$:

$$V_{k+1}(s) = \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma V_k(s')]$$

Krok 1 (dla stanu s_1):
Potrzebne dane:

- $\pi(a_0|s_1) = \pi(a_1|s_1) = 0.5$.
- $p(s_0|s_1, a_0) = 0.7$, $p(s_1|s_1, a_0) = 0.1$, $p(s_2|s_1, a_0) = 0.2$, $p(s_1|s_1, a_1) = 0.95$, $p(s_2|s_1, a_1) = 0.05$.
- $r(s_1, a_0, s_0) = 5$, $r = 0$.
- $V_0(s_0) = V_0(s_1) = V_0(s_2) = 0$

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*) - przykład liczbowy cd.

Krok 1 (dla stanu s_1):

$$\begin{aligned} V_1(s_1) = \pi(a_0|s_1) \quad * \quad & [p(s_0|s_1,a_0) * (r(s_1,a_0,s_0) + \gamma * V_0(s_0)) + \\ & p(s_1|s_1,a_0) * (r + \gamma * V_0(s_1)) + \\ & p(s_2|s_1,a_0) * (r + \gamma * V_0(s_2))] + \\ \pi(a_1|s_1) \quad * \quad & [p(s_1|s_1,a_1) * (r + \gamma * V_0(s_1)) + \\ & p(s_2|s_1,a_1) * (r + \gamma * V_0(s_2))] \end{aligned}$$

Po podstawieniu wartości otrzymujemy:

$$\begin{aligned} V_1(s_1) = 0.5 \quad * \quad & [0.7 * (5 + 0.9 * 0) + \\ & 0.1 * (0 + 0.9 * 0) + \\ & 0.2 * (0 + 0.9 * 0)] + \\ 0.5 \quad * \quad & [0.95 * (0 + 0.9 * 0) + \\ & 0.05 * (0 + 0.9 * 0)] \end{aligned}$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$V_1(s_1) = 1.75$$

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*) - przykład liczbowy cd.

Dla każdego $s \in S$:

$$V_{k+1}(s) = \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma V_k(s')]$$

Krok 1 (dla stanu s_2):
Potrzebne dane:

- $\pi(a_0|s_2) = \pi(a_1|s_2) = 0.5$.
- $p(s_0|s_2, a_0) = 0.4$, $p(s_2|s_2, a_0) = 0.6$, $p(s_0|s_2, a_1) = 0.3$, $p(s_1|s_2, a_1) = 0.3$, $p(s_2|s_2, a_1) = 0.4$.
- $r(s_2, a_1, s_0) = -1$, $r = 0$.
- $V_0(s_0) = V_0(s_1) = V_0(s_2) = 0$

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*) - przykład liczbowy cd.

Krok 1 (dla stanu s_2):

$$\begin{aligned} V_1(s_2) = \pi(a_0|s_2) \quad * \quad & [p(s_0|s_2,a_0) * (r + \gamma * V_0(s_0)) + \\ & p(s_2|s_2,a_0) * (r + \gamma * V_0(s_2))] + \\ \pi(a_1|s_2) \quad * \quad & [p(s_0|s_2,a_1) * (r(s_2,a_1,s_0) + \gamma * V_0(s_0)) + \\ & p(s_1|s_2,a_1) * (r + \gamma * V_0(s_1)) + \\ & p(s_2|s_2,a_1) * (r + \gamma * V_0(s_2))] \end{aligned}$$

Po podstawieniu wartości otrzymujemy:

$$\begin{aligned} V_1(s_2) = 0.5 \quad * \quad & [0.4 * (0 + 0.9 * 0) + \\ & 0.6 * (0 + 0.9 * 0)] + \\ 0.5 \quad * \quad & [0.3 * (-1 + 0.9 * 0) + \\ & 0.4 * (0 + 0.9 * 0) + \\ & 0.3 * (0 + 0.9 * 0)] \end{aligned}$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$V_1(s_2) = -0.15$$

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*) - przykład liczbowy cd.

Wartości funkcji dla poszczególnych stanów wyznaczone po n krokach algorytmu szacowania strategii.

Stan	Start	Krok 1	Krok 5	Krok 25	Krok 73
$V(s_0)$	0	0	0.24	1.32	1.47
$V(s_1)$	0	1.75	3.31	4.40	4.55
$V(s_2)$	0	-0.15	0.46	1.54	1.69

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*) - przykład liczbowy cd.

Wartości funkcji dla poszczególnych stanów wyznaczone po n krokach algorytmu szacowania strategii - implementacja *in-place*.

Stan	Start	Krok 1	Krok 5	Krok 25	Krok 53
$V(s_0)$	0	0	0.49	1.42	1.47
$V(s_1)$	0	1.75	3.56	4.51	4.55
$V(s_2)$	0	0.09	0.76	1.64	1.69

Uczenie pasywne

Ocena strategii (ang. *Policy Evaluation*) - ćwiczenie

Implementacja algorytmu oceny strategii w pliku *PolicyEvaluation.py*:

- implemtentacja algorytmu z wykorzystaniem dwóch osobnych macierzy do obliczeń (funkcja *policy_eval_two_arrays*),
- implemtentacja algorytmu z wykorzystaniem obliczeń w miejscu (funkcja *policy_eval_in_place*).

Uczenie pasywne

Poprawa strategii

Uczenie pasywne

Poprawa strategii (ang. *Policy Improvement*)

Problem:

- Jak można poprawić aktualną strategię?.

Twierdzenie o poprawie strategii (ang. *Policy Improvement Theorem*)

$$q_\pi(s,a) \doteq \sum_{s',r} p(s',r|s,a)[r + \gamma v_\pi(s')] \tag{6}$$

$$\forall s \in S, q_\pi(s,\pi'(s)) \geqslant v_\pi(s) \rightarrow v'_\pi(s) \geqslant v_\pi(s) \tag{7}$$

Uczenie pasywne

Poprawa strategii (ang. *Policy Improvement*)

Zgodnie z twierdzeniem o poprawie strategii, zastosowanie zachłannej strategii zawsze będzie lepsze, bądź równe obecnej strategii:

$$\pi'(s) = \text{argmax}_a \sum_{s'} \sum_{r} p(s', r|s, a)[r + \gamma v_\pi(s')] \tag{8}$$

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*)

Cel:

- Określenie optymalnej strategii.

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*)

Cel:

- Określenie optymalnej strategii.

Rozwiązanie:

- Oszacowanie aktualnej strategii (algorytm *Policy Evaluation*).
- Poprawienie aktualnej strategii (algorytm *Policy Improvement*).

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*)

Cel:

- Określenie optymalnej strategii.

Rozwiązanie:

- Oszacowanie aktualnej strategii (algorytm *Policy Evaluation*).
- Poprawienie aktualnej strategii (algorytm *Policy Improvement*).

Optymalna strategia:

- Jeżeli zastosowanie algorytmu *Policy Improvement* na aktualnej strategii jej nie zmieni, to oznacza, że aktualna strategia jest optymalna.

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*)

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*)

Wyjście:

- $V \approx v_*$ - optymalna funkcja wartości stanów.
- $\pi \approx \pi_*$ - optymalna strategia.

Inicjalizacja tablicy strategii losowymi akcjami $\pi(s) \in A(s)$ dla $s \in S$.
Licz:

$strategia\_stabilna \leftarrow true$
$V \leftarrow ocena\_strategii(\pi)$
Dla każdego $s \in S$:
$poprzednia\_akcja \leftarrow \pi(s)$
$\pi(s) \leftarrow \text{argmax}_a \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma V(s')]$
Jeżeli $poprzednia\_akcja \neq \pi(s)$ ustaw $strategia\_stabilna \leftarrow false$

Dopóki $strategia\_stabilna == false$

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*)

Policy Iteration

1. Initialization

   $V(s) \in \mathbb{R}$ and $\pi(s) \in \mathbf{A}(s)$ arbitrarily for all $s \in S$.
2. Policy Evaluation
3. Policy Improvement

Loop:

$policy\_stable \leftarrow true$

For each $s \in S$:

$old\_action \leftarrow \pi(s)$

$\pi(s) \leftarrow \text{argmax}_a \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma V(s')]$

If $old\_action \neq \pi(s)$, then $policy\_stable \leftarrow false$

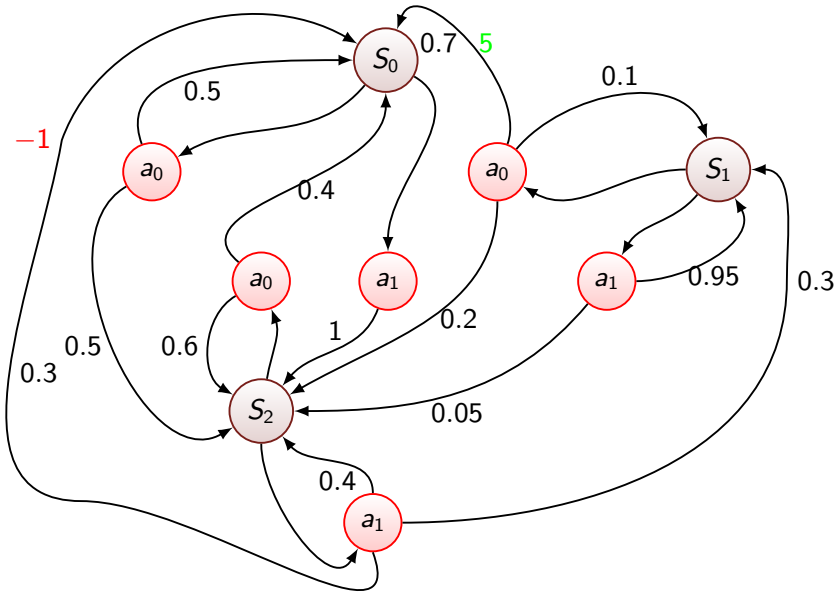
If $policy\_stable == false$, then stop and return $V \approx v_*$ and $\pi \approx \pi_*$; else go to 2

Sutton, Richard S., and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*) - przykład liczbowy

Model środowiska:



Strategia:

W każdym stanie wybieramy akcję a_0.

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Wejście:

- Stany:
  - $S = \{s_0, s_1, s_2\}$.
- Akcje:
  - $A_{s_0} = \{a_0, a_1\}$.
  - $A_{s_1} = \{a_0, a_1\}$.
  - $A_{s_2} = \{a_0, a_1\}$.
- Strategia:
  - $\pi(s_0) = a_0$.
  - $\pi(s_1) = a_0$.
  - $\pi(s_2) = a_0$.

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Wejście:

- Prawdopodobieństwo przejścia:
  - $p(s_2|s_0, a_0) = 0.5$, $p(s_0|s_0, a_0) = 0.5$, $p(s_2|s_0, a_1) = 1$.
  - $p(s_0|s_1, a_0) = 0.7$, $p(s_1|s_1, a_0) = 0.1$, $p(s_2|s_1, a_0) = 0.2$, $p(s_1|s_1, a_1) = 0.95$, $p(s_2|s_1, a_1) = 0.05$.
  - $p(s_0|s_2, a_0) = 0.4$, $p(s_2|s_2, a_0) = 0.6$, $p(s_0|s_2, a_1) = 0.3$, $p(s_1|s_2, a_1) = 0.3$, $p(s_2|s_2, a_1) = 0.4$.
- Nagroda:
  - $r(s_1, a_0, s_0) = 5$.
  - $r(s_2, a_1, s_0) = -1$.
  - W pozostałych przypadkach: $r = 0$.
- Discount factor:
  - $\gamma = 0.9$.

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Funkcja wartości obliczona dla strategii π_0 (za pomocą algorytmu *Policy Evaluation*):

- $v_{\pi_0}(s_0) = 0.$
- $v_{\pi_0}(s_1) = 3.87.$
- $v_{\pi_0}(s_2) = 0.$

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Poprawa strategii w stanie s_0:

$$\pi_1(s_0) = \text{argmax}_a \sum_{s',r} p(s', r|s, a)[r + \gamma v_{\pi_0}(s')]$$

Potrzebne dane:

- $\pi(s_0) = a_0$.
- $p(s_2|s_0, a_0) = 0.5,\ p(s_0|s_0, a_0) = 0.5,\ p(s_2|s_0, a_1) = 1.$
- $r = 0.$
- $v_{\pi_0}(s_0) = 0.0,\ v_{\pi_0}(s_1) = 3.87,\ v_{\pi_0}(s_2) = 0.0.$
- $\gamma = 0.9.$

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Poprawa strategii w stanie s_0:

$$\begin{aligned}\pi_1(s_0) = \text{argmax}_a(&p(s_2|s_0,a_0)[r+\gamma v_{\pi_0}(s_2)]+\\ &p(s_0|s_0,a_0)[r+\gamma v_{\pi_0}(s_0)],\\ &p(s_2|s_0,a_1)[r+\gamma v_{\pi_0}(s_2)])\end{aligned}$$

Po podstawieniu wartości otrzymujemy:

$$\begin{aligned}\pi_1(s_0) = &\text{argmax}_a(0.5[0+0.9*0]+\\ &0.5[0+0.9*0],\\ &1[0+0.9*0])\\ = &\text{argmax}_a(0,0)\end{aligned}$$

Ostatecznie nową akcją wybraną dla stanu s_0 jest akcja a_0, czyli:

$$\pi_1(s_0) = a_0$$

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Poprawa strategii w stanie s_1:

$$\pi_1(s_1) = \text{argmax}_a \sum_{s',r} p(s', r|s, a)[r + \gamma v_{\pi_0}(s')]$$

Potrzebne dane:

- $\pi(s_1) = a_0$.
- $p(s_0|s_1, a_0) = 0.7$, $p(s_1|s_1, a_0) = 0.1$, $p(s_2|s_1, a_0) = 0.2$, $p(s_1|s_1, a_1) = 0.95$, $p(s_2|s_1, a_1) = 0.05$.
- $r(s_1, a_0, s_0) = 5$, $r = 0$.
- $v_{\pi_0}(s_0) = 0.0$, $v_{\pi_0}(s_1) = 3.87$, $v_{\pi_0}(s_2) = 0.0$.
- $\gamma = 0.9$.

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Poprawa strategii w stanie s_1:

$$\begin{aligned}\pi_1(s_1) = \text{argmax}_a(&p(s_0|s_1,a_0)[r+\gamma v_{\pi_0}(s_0)]+\\ &p(s_1|s_1,a_0)[r+\gamma v_{\pi_0}(s_1)]+\\ &p(s_2|s_1,a_0)[r+\gamma v_{\pi_0}(s_2)],\\ &p(s_1|s_1,a_1)[r+\gamma v_{\pi_0}(s_1)]+\\ &p(s_2|s_1,a_1)[r+\gamma v_{\pi_0}(s_2)])\end{aligned}$$

Po podstawieniu wartości otrzymujemy:

$$\begin{aligned}\pi_1(s_1) = \quad &\text{argmax}_a(0.7[5+0.9*0]+\\ &0.1[0+0.9*3.87]+\\ &0.2[0+0.9*0],\\ &0.95[0+0.9*3.87]+\\ &0.05[0+0.9*0])\\ = \quad &\text{argmax}_a(3.85, 3.31)\end{aligned}$$

Ostatecznie nową akcją wybraną dla stanu s_1 jest akcja a_0, czyli:

$$\pi_1(s_1) = a_0$$

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Poprawa strategii w stanie s_2:

$$\pi_1(s_2) = \text{argmax}_a \sum_{s',r} p(s', r|s, a)[r + \gamma v_{\pi_0}(s')]$$

Potrzebne dane:

- $\pi(s_2) = a_0$.
- $p(s_0|s_2, a_0) = 0.4$, $p(s_2|s_2, a_0) = 0.6$, $p(s_0|s_2, a_1) = 0.3$, $p(s_1|s_2, a_1) = 0.3$, $p(s_2|s_2, a_1) = 0.4$.
- $r(s_2, a_1, s_0) = -1$, $r = 0$.
- $v_{\pi_0}(s_0) = 0.0$, $v_{\pi_0}(s_1) = 3.87$, $v_{\pi_0}(s_2) = 0.0$.
- $\gamma = 0.9$.

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Poprawa strategii w stanie s_2:

$$\begin{aligned}\pi_1(s_2) = \text{argmax}_a(&p(s_0|s_2,a_0)[r+\gamma v_{\pi_0}(s_0)]+\\ &p(s_2|s_2,a_0)[r+\gamma v_{\pi_0}(s_2)],\\ &p(s_0|s_2,a_1)[r+\gamma v_{\pi_0}(s_0)]+\\ &p(s_1|s_2,a_1)[r+\gamma v_{\pi_0}(s_1)]+\\ &p(s_2|s_2,a_1)[r+\gamma v_{\pi_0}(s_2)])\end{aligned}$$

Po podstawieniu wartości otrzymujemy:

$$\begin{aligned}\pi_1(s_2) = &\quad \text{argmax}_a(0.4[0+0.9*0]+\\ &\quad\quad 0.6[0+0.9*0],\\ &\quad\quad 0.3[-1+0.9*0]+\\ &\quad\quad 0.3[0+0.9*3.87]+\\ &\quad\quad 0.4[0+0.9*0])\\ = &\quad \text{argmax}_a(0, 0.741)\end{aligned}$$

Ostatecznie nową akcją wybraną dla stanu s_2 jest akcja a_1, czyli:

$$\pi_1(s_2) = a_1$$

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Wyniki działania algorytmu iteracji strategii po 1 kroku:

- Strategia:
  - $\pi_1(s_0) = a_0$.
  - $\pi_1(s_1) = a_0$.
  - $\pi_1(s_2) = a_1$.
- Wartość funkcji:
  - $v_{\pi_1}(s_0) = 2.83$.
  - $v_{\pi_1}(s_1) = 6.49$.
  - $v_{\pi_1}(s_2) = 3.47$.

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Wyniki działania algorytmu iteracji strategii po 3 kroku:

- Optymalna strategia:
  - $\pi_3(s_0) = a_1$.
  - $\pi_3(s_1) = a_0$.
  - $\pi_3(s_2) = a_1$.
- Wartość funkcji:
  - $v_{\pi_3}(s_0) = 3.79$.
  - $v_{\pi_3}(s_1) = 7.3$.
  - $v_{\pi_3}(s_2) = 4.21$.

Uczenie pasywne

Iteracyjne doskonalenie strategii (ang. *Policy Iteration*) - ćwiczenie

Implementacja algorytmu iteracyjnego doskonalenia strategii w pliku *PolicyIteration.py*:

- implemtentacja algorytmu oceny strategii z wyokrzystaniem obliczeń w miejscu (funkcja *policy_eval_in_place*),
- implemtentacja algorytmu poprawy strategii (funkcja *policy_improvement*),
- implemtentacja algorytmu iteracyjnego doskonalenia strategii (funkcja *policy_iteration*).

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*)

Cel:

- Optymalizacja wyznaczania najlepszej strategii.

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*)

Cel:

- Optymalizacja wyznaczania najlepszej strategii.

Rozwiązanie:

- Połączenie algorytmów oceny strategii i poprawy strategii w pojedynczej aktualizacji funkcji wartości stanu.

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*)

Cel:

- Optymalizacja wyznaczania najlepszej strategii.

Rozwiązanie:

- Połączenie algorytmów oceny strategii i poprawy strategii w pojedynczej aktualizacji funkcji wartości stanu.

Optymalna strategia:

- Strategia określana jest tylko jeden raz, na końcu działania algorytmu, na podstawie otrzymanej funkcji wartości.

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*)

Iteracja wartości (ang. *Value Iteration*)

Wejście:

- θ - dokładność obliczania funkcji wartości.

Wyjście:

- $\pi(\mathbf{s})$ - optymalna strategia π.

Inicjalizacja tablicy wartości stanów $V(s)$ losowymi wartościami, za wyjątkiem stanu końcowego, któremu przypisana jest wartość 0.
Licz:

$\Delta \leftarrow 0$
Dla każdego $s \in S$:
$v \leftarrow V(s)$
$V(s) \leftarrow \max_a \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma V(s')]$
$\Delta \leftarrow \max(\Delta, |v - V(s))$

Dopóki $\Delta > \theta$

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*)

Iteracja wartości (ang. *Value Iteration*)

Wyznaczenie optymalnej strategii, $\pi \approx \pi_*$, na podstawie obliczonej funkcji wartości, z wykorzystaniem algorytmu zachłannego:

$$\pi(s) = \text{argmax}_a \sum_{s'} \sum_{r} p(s', r|s, a)[r + \gamma V(s')] \tag{9}$$

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*)

Value Iteration

Algorithm parameter: a small threshold $\theta > 0$ determining accuracy of estimation
Initialize $V(s)$, for all $s \in S^+$, arbitrarily except that $V(terminal) = 0$
Loop:

$\Delta \leftarrow 0$

Loop for each $s \in S$:

$v \leftarrow V(s)$

$V(s) \leftarrow \max_a \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma V(s')]$

$\Delta \leftarrow \max(\Delta, |v - V(s))$

Until $\Delta > \theta$
Output a deterministic policy, $\pi \approx \pi_*$, such that

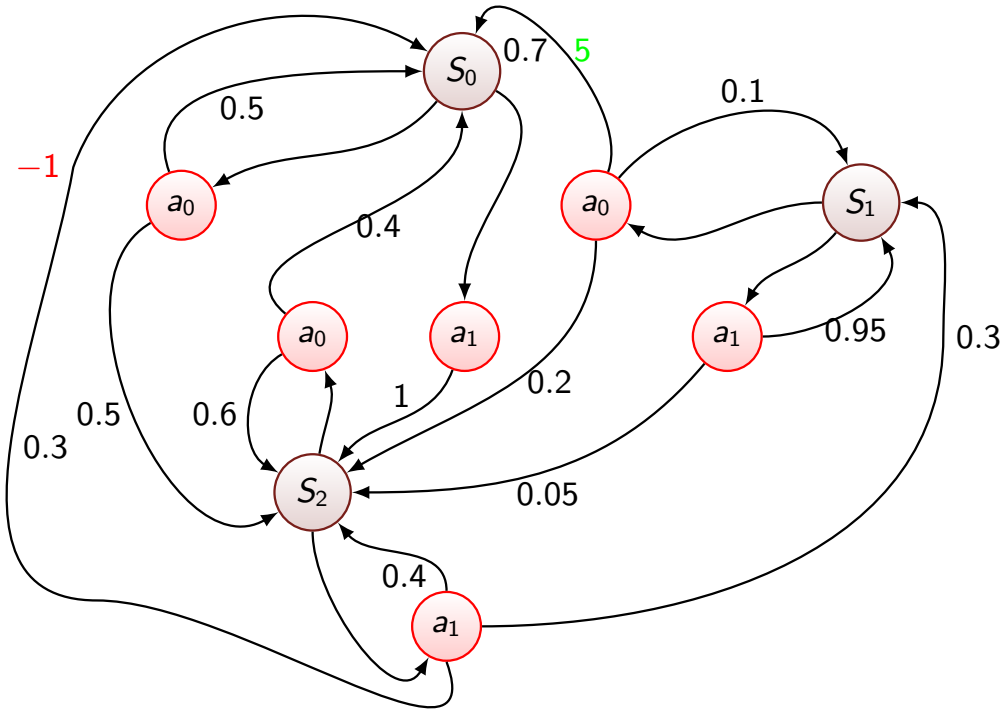
$$\pi(s) = \text{argmax}_a \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma V(s')] \tag{10}$$

Sutton, Richard S., and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*) - przykład liczbowy

Model środowiska:



Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Wejście:

- Stany:
  - $S = \{s_0, s_1, s_2\}$.
- Akcje:
  - $A_{s_0} = \{a_0, a_1\}$.
  - $A_{s_1} = \{a_0, a_1\}$.
  - $A_{s_2} = \{a_0, a_1\}$.
- Funkcja wartości:
  - $V(s_0) = 0$.
  - $V(s_1) = 0$.
  - $V(s_2) = 0$.

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Wejście:

- Prawdopodobieństwo przejścia:
  - $p(s_2|s_0, a_0) = 0.5$, $p(s_0|s_0, a_0) = 0.5$, $p(s_2|s_0, a_1) = 1$.
  - $p(s_0|s_1, a_0) = 0.7$, $p(s_1|s_1, a_0) = 0.1$, $p(s_2|s_1, a_0) = 0.2$, $p(s_1|s_1, a_1) = 0.95$, $p(s_2|s_1, a_1) = 0.05$.
  - $p(s_0|s_2, a_0) = 0.4$, $p(s_2|s_2, a_0) = 0.6$, $p(s_0|s_2, a_1) = 0.3$, $p(s_1|s_2, a_1) = 0.3$, $p(s_2|s_2, a_1) = 0.4$.
- Nagroda:
  - $r(s_1, a_0, s_0) = 5$.
  - $r(s_2, a_1, s_0) = -1$.
  - W pozostałych przypadkach: $r = 0$.
- Discount factor:
  - $\gamma = 0.9$.

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Aktualizowanie funkcji wartości w stanie s_0:

$$V(s_0) = \max_a \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma V(s')]$$

Potrzebne dane:

- $p(s_2|s_0, a_0) = 0.5,\ p(s_0|s_0, a_0) = 0.5,\ p(s_2|s_0, a_1) = 1.$
- $r = 0.$
- $V(s_0) = 0.0,\ V(s_1) = 0.0,\ V(s_2) = 0.0.$
- $\gamma = 0.9.$

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Aktualizowanie funkcji wartości w stanie s_0:

$$\begin{aligned} V(s_0) = \max_a (&p(s_2|s_0,a_0)[r+\gamma V(s_2)]+ \\ &p(s_0|s_0,a_0)[r+\gamma V(s_0)], \\ &p(s_2|s_0,a_1)[r+\gamma V(s_2)]) \end{aligned}$$

Po podstawieniu wartości otrzymujemy:

$$\begin{aligned} V(s_0) = \quad & \max_a (0.5[0+0.9*0]+ \\ & 0.5[0+0.9*0], \\ & 1[0+0.9*0]) \\ = \quad & \max_a (0,0) \end{aligned}$$

Ostatecznie:

$$V(s_0) = 0$$

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Aktualizowanie funkcji wartości w stanie s_1:

$$V(s_1) = \max_a \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma V(s')]$$

Potrzebne dane:

- $p(s_0|s_1, a_0) = 0.7,\ p(s_1|s_1, a_0) = 0.1,\ p(s_2|s_1, a_0) = 0.2,$
  $p(s_1|s_1, a_1) = 0.95,\ p(s_2|s_1, a_1) = 0.05.$
- $r(s_1, a_0, s_0) = 5,\ r = 0.$
- $V(s_0) = 0.0,\ V(s_1) = 0.0,\ V(s_2) = 0.0.$
- $\gamma = 0.9.$

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Poprawa strategii w stanie s_1:

$$\begin{aligned} V(s_1) = \max_a (& p(s_0|s_1,a_0)[r+\gamma V(s_0)] + \\ & p(s_1|s_1,a_0)[r+\gamma V(s_1)] + \\ & p(s_2|s_1,a_0)[r+\gamma V(s_2)], \\ & p(s_1|s_1,a_1)[r+\gamma V(s_1)] + \\ & p(s_2|s_1,a_1)[r+\gamma V(s_2)]) \end{aligned}$$

Po podstawieniu wartości otrzymujemy:

$$\begin{aligned} V(s_1) = & \max_a (0.7[5+0.9*0] + \\ & 0.1[0+0.9*0] + \\ & 0.2[0+0.9*0], \\ & 0.95[0+0.9*0] + \\ & 0.05[0+0.9*0]) \\ = & \max_a (3.5, 0) \end{aligned}$$

Ostatecznie:

$$V(s_1) = 3.5$$

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Aktualizowanie funkcji wartości w stanie s_2:

$$V(s_2) = \max_a \sum_{s'} \sum_r p(s', r|s, a)[r + \gamma V(s')]$$

Potrzebne dane:

- $p(s_0|s_2, a_0) = 0.4,\ p(s_2|s_2, a_0) = 0.6,\ p(s_0|s_2, a_1) = 0.3,$
  $p(s_1|s_2, a_1) = 0.3,\ p(s_2|s_2, a_1) = 0.4.$
- $r(s_2, a_1, s_0) = -1,\ r = 0.$
- $V(s_0) = 0.0,\ V(s_1) = 3.5,\ V(s_2) = 0.0.$
- $\gamma = 0.9.$

Uczenie pasywne

Iteracja wartości - przykład liczbowy cd.

Poprawa strategii w stanie s_2:

$$\begin{aligned} V(s_2) = \max_a (& p(s_0|s_2,a_0)[r+\gamma V(s_0)] + \\ & p(s_2|s_2,a_0)[r+\gamma V(s_2)], \\ & p(s_0|s_2,a_1)[r+\gamma V(s_0)] + \\ & p(s_1|s_2,a_1)[r+\gamma V(s_1)] + \\ & p(s_2|s_2,a_1)[r+\gamma V(s_2)]) \end{aligned}$$

Po podstawieniu wartości otrzymujemy:

$$\begin{aligned} V(s_2) = \quad & \max_a (0.4[0+0.9*0] + \\ & 0.6[0+0.9*0], \\ & 0.3[-1+0.9*0] + \\ & 0.3[0+0.9*3.5] + \\ & 0.4[0+0.9*0]) \\ = \quad & \max_a (0, 0.645) \end{aligned}$$

Ostatecznie:

$$V(s_2) = 0.645$$

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Wartości funkcji dla poszczególnych stanów wyznaczone po n krokach algorytmu iteracji wartości.

Stan	Start	Krok 1	Krok 5	Krok 25	Krok 37
$V(s_0)$	0	0	1.96	3.75	3.79
$V(s_1)$	0	3.5	5.6	7.26	7.3
$V(s_2)$	0	0.65	2.52	4.17	4.21

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*) - przykład liczbowy cd.

Po zakończeniu obliczania funkcji wartości, następnym krokiem jest wyznaczenie optymalnej strategii dla każdego ze stanów za pomocą wzoru:

$$\pi(s) = \text{argmax}_a \sum_{s'} \sum_{r} p(s', r|s, a)[r + \gamma V(s')]$$

Wyznaczona optymalna strategia wygląda następująco:

- $\pi(s_0) = a_1$.
- $\pi(s_1) = a_0$.
- $\pi(s_2) = a_1$.

Uczenie pasywne

Iteracja funkcji wartości (ang. *Value Iteration*) - ćwiczenie

Implementacja algorytmu iteracyjnego obliczania funkcji wartości *ValueIteration.py*:

- implementacja algorytmu iteracyjnego obliczania funkcji wartości (funkcja *value_iteration*).

Uczenie pasywne

Materiały uzupełniające

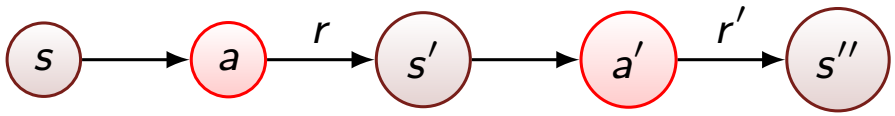
- Książka *Reinforcement Learning: An Introduction*, Richard S. Sutton and Andrew G. Barto, wydanie drugie, 2018.
  - Rozdział 4 - *Dynamic Programming*.
- Książka *Grokking Deep Reinforcement Learning*, Miguel Morales, 2020.
  - Rozdział 3 - *Balancing immediate and long-term goals*.
- Video *RL Course by David Silver - Lecture 3: Planning by Dynamic Programming*.
- Video *Artificial Intelligence Course by Pieter Abbeel - Lecture 8: Markov Decision Processes (MDPs)*.

Uczenie aktywne

(ang. *model free learning*)

Uczenie aktywne

Co zrobić, jeżeli nie dysponujemy modelem środowiska?



Sekwencja:

- stany (s),
- akcje (a),
- nagrody (r).

Uczenie aktywne

Algorytmy:

- Monte Carlo.
- Metody różnic tymczasowych (ang. *Temporal Difference learning*):
  - Q-learning,
  - Sarsa.

Uczenie aktywne

Monte Carlo

Cechy algorytmu:

- Algorytm przeznaczony do zadań epizodycznych.
- Nie wymaga modelu środowiska.
- Uczy się na podstawie doświadczenie (ang. *experience*) - sekwencji stan, akcja, nagroda.

Uczenie aktywne

Monte Carlo

Cechy algorytmu:

- Algorytm przeznaczony do zadań epizodycznych.
- Nie wymaga modelu środowiska.
- Uczy się na podstawie doświadczenie (ang. *experience*) - sekwencji stan, akcja, nagroda.

Wersje algorytmu:

- Pierwsza wizyta (ang. *First-visit Monte Carlo*).
- Każda wizyta (ang. *Every-visit Monte Carlo*).

Uczenie aktywne

Monte Carlo

First-visit Monte Carlo method - oszacowanie $V \approx v_\pi$

Wejście: strategia π, która ma być oszacowana.
Inicjalizacja:

- $V(s) \in \mathbb{R}$ - losowe wartości, dla każdego $s \in S$,
- $Returns(s)$ - puste listy, dla każdego $s \in S$.

Nisekończona pętla (dla każdego epizodu):

Wygeneruj sekwencję przejść dla epizodu zgodnie ze strategią π:
$s_0, a_0, r_1, s_1, a_1, r_2, \ldots, s_{T-1}, a_{T-1}, r_T$
$G \leftarrow 0$:
Dla każdego kroku w epizodzie, $t = T-1, T-2, \ldots, 0$:
$G \leftarrow \gamma G + r_{t+1}$
Jeżeli stan s_t nie pojawił się wcześniej:
Dodaj G do listy $Returns(s_t)$
$V(s_t) \leftarrow \text{average}(Returns(s_t))$

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

Uczenie aktywne

Monte Carlo

First-visit Monte Carlo prediciton - for estimating $V \approx v_\pi$

Input: a policy π to be evaluated
Initialize:

- $V(s) \in \mathbb{R}$, arbitrarily, for all $s \in S$,
- $Returns(s) \leftarrow$ an empty list, for all $s \in S$.

Loop forever (for each episode):
Generate an episode following π: $s_0, a_0, r_1, s_1, a_1, r_2, \ldots, s_{T-1}, a_{T-1}, r_T$
$G \leftarrow 0$:
Loop for each step of episode, $t = T-1, T-2, \ldots, 0$:
$G \leftarrow \gamma G + r_{t+1}$
Unless s_t appears in $s_0, s_1, \ldots, s_{t+1}$:
Append G to $Returns(s_t)$
$V(s_t) \leftarrow$ average$(Returns(s_t))$

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

Uczenie aktywne

Monte Carlo

Co się bardziej przyda:

- V(s),
- Q(s, a).

Uczenie aktywne

Monte Carlo

Metoda Monte Carlo, zmodyfikowana tak, aby wyznaczała $q_\pi(s, a)$ zamiast $v(s)$ będzie wyglądała analogicznie do tej, przedstawionej wcześniej.

Odwiedzony stan będzie określany za pomocą pary stan (s) - akcja wybrana w dany stanie (a).

Metoda *every-visit Monte Carlo* oszacuje wartość w danym stanie jako średnią oczekiwanych nagród ze wszystkich wizyt w danym stanie.

Metoda *first-visit Monte Carlo* oszacuje wartość w danym stanie jako nagrodę otrzymaną przy okazji pierwszej wizyty w danym stanie.

Uczenie aktywne

Monte Carlo

Jak rozwiązać problem nieodwiedzanych stanów:

- eksploracja stanów początkowych (ang. *exploring starts*):
  - wybieramy losowy stan i akcję, dla których rozpoczynamy epizod,
  - nierealistyczne w rzeczywistym świecie, za wyjątkiem symulacji,
- algorytm ϵ-zachłanny (ang. ϵ-*greedy*):
  - wybieramy najlepszą akcję z prawdopodobieństwem $1 - \epsilon + \frac{\epsilon}{|A(s)|}$,
  - wybieramy losową akcję z prawdopodobieństwem $\frac{\epsilon}{|A(s)|}$.

Uczenie aktywne

Monte Carlo

First-visit Monte Carlo method (for ϵ-soft policies) - oszacowanie $\pi \approx \pi_*$

Parametry algorytmu: mała wartość $\epsilon > 0$
Inicjalizacja:

- π losowa ϵ-miękka strategia,
- $Q(s, a) \in \mathbb{R}$ (losowe), dla każdej pary $s \in S$, $a \in A(s)$,
- $Returns(s, a) \leftarrow$ pusta lista, dla każdej pary $s \in S$, $a \in A(s)$.

Pętla nieskończona (dla każdego epizodu):
Wygeneruj sekwencję przejść dla epizodu zgodnie ze strategią π:
$s_0, a_0, r_1, s_1, a_1, r_2, \ldots, s_{T-1}, a_{T-1}, r_T$
$G \leftarrow 0$:
Dla każdego kroku w epizodzie, $t = T-1, T-2, \ldots, 0$:
$G \leftarrow \gamma G + r_{t+1}$
Jeżeli para s_t, a_t niepojawiła się wcześniej w sekwencji $s_0, a_0, s_1, a_1, \ldots, s_{t+1}, a_{t+1}$:
Dodaj G do listy $Returns(s_t, a_t)$
$Q(S_t, A_t) \leftarrow \text{average}(Returns(s_t, a_t))$
$a^* \leftarrow \text{argmax}_a Q(s_t, a)$
Dla każdej akcji $a \in A(s_t)$:

$$\pi(a|S_t) \leftarrow \begin{cases} 1 - \epsilon + \frac{\epsilon}{|A(s)|} & \text{if} \quad a = a^* \\ \frac{\epsilon}{|A(s)|} & \text{if} \quad a \neq a^* \end{cases} \tag{11}$$

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

Uczenie aktywne

Monte Carlo

First-visit Monte Carlo method (for ϵ-soft policies) - estimates $\pi \approx \pi_*$

Algorithm parameter: small $\epsilon > 0$
Initialize:

- π an arbitrary ϵ-soft policy,
- $Q(s, a) \in \mathbb{R}$ (arbitrarily), for all $s \in S$, $a \in A(s)$,
- $Returns(s, a) \leftarrow$ an empty list, for all $s \in S$, $a \in A(s)$.

Loop forever (for each episode):
Generate an episode following π: $s_0, a_0, r_1, s_1, a_1, r_2, \ldots, s_{T-1}, a_{T-1}, r_T$
$G \leftarrow 0$:
Loop for each step of episode, $t = T-1, T-2, \ldots, 0$:
$G \leftarrow \gamma G + r_{t+1}$
Unless the pair s_t, a_t appears in $s_0, a_0, s_1, a_1, \ldots, s_{t+1}, a_{t+1}$:
Append G to $Returns(s_t, a_t)$
$Q(s_t, a_t) \leftarrow \text{average}(Returns(s_t, a_t))$
$a^* \leftarrow \text{argmax}_a Q(s_t, a)$
For all $a \in A(s_t)$:

$$\pi(a|S_t) \leftarrow \begin{cases} 1 - \epsilon + \frac{\epsilon}{|A(s)|} & \text{if} \quad a = a^* \\ \frac{\epsilon}{|A(s)|} & \text{if} \quad a \neq a^* \end{cases} \tag{12}$$

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

Uczenie aktywne

Metody różnic tymczasowych (ang. *Temporal-Difference (TD) Learning*)

Metody różnic tymczasowych:

- Kombinacja metody Monte Carlo i Programowania Dynamicznego.
- Nie wymagają znajomości modelu środowiska.
- Uaktualnianie przewidywanych wartości następuje natychmiastowo - nie ma konieczności oczekiwania na zakończenie epizodu.

Uczenie aktywne

Metody różnic tymczasowych (ang. *Temporal-Difference (TD) Learning*)

Szacowanie funkcji wartości za pomocą metod Monte Carlo:

$$V(s_t) \leftarrow V(s_t) + \alpha[G_t - V(s_t)] \tag{13}$$

Szacowanie funkcji wartości za pomocą metod różnic tymczasowych:

$$V(s_t) \leftarrow V(s_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma V(s_{t+1}) - V(s_t)] \tag{14}$$

Uczenie aktywne

Metody różnic tymczasowych (ang. *Temporal-Difference (TD) Learning*)

Tabelaryczny algorytm różnic tymczasowych z krokiem 1 do oszacowania v_π

Wejście: strategia do oszacowania π
Parametr algorytmu: krok uczenia $\alpha \in (0, 1]$
Inicjalizacja tablicy wartości stanów $V(s)$ losowymi wartościami, za wyjątkiem stanu końcowego, któremu przypisana jest wartość 0.
Pętla dla każdego epizodu:
    Inicjalizacja s
    Dla każdego kroku w epizodzie:
        Wybierz ackję a zgodnie ze strategią π dla stanu s
        Wykonaj akcję a i zaobserwuj r oraz s'
        $V(s_t) \leftarrow V(s_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma V(s_{t+1}) - V(s_t)]$
        $s \leftarrow s'$
    Dopóki s nie jest stanem końcowym

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

Uczenie aktywne

Metody różnic tymczasowych (ang. *Temporal-Difference (TD) Learning*)

Tabular TD(0) for estimating v_π

Input: the policy π to be evaluated
Algorithm parameter: step size $\alpha \in (0, 1]$
Initialize $V(s)$, for all $s \in S^+$, arbitrarily except that $V(terminal) = 0$
Loop for each episode:
    Initialize s
    Loop for each step of episode:
        $a \leftarrow$ action given by π for s
        Take action a, observe r, s'
        $V(s_t) \leftarrow V(s_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma V(s_{t+1}) - V(s_t)]$
        $s \leftarrow s'$
    Until s is not terminal

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

Uczenie aktywne

Metody różnic tymczasowych (ang. *Temporal-Difference (TD) Learning*)

Błąd:

$$\delta_t \doteq r_{t+1} + \gamma V(s_{t+1}) - V(s_t) \tag{15}$$

Uczenie aktywne

Metody różnic tymczasowych (ang. *Temporal-Difference (TD) Learning*)

Metody różnic tymczasowych nie wymagają znajomości modelu środowiska.

Obliczenia wykonywane są online - brak konieczności oczekiwania na koniec epizodu.

Dla dowolnej stałej strategii π, udowodnione zostało, że metody TD(0) są zbieżne do v_π, w przypadku kiedy wartość parametru uczącego (α) jest stała i dostatecznie mała lub gdy wartość tego parametru zmniejsza się.

Uczenie aktywne

Q-Learning

Cechy algorytmu Q-Learning:

- uczy się nie tylko na podstawie swojego doświadczenia, ale także innych ludzi / agentów,
- korzysta z optymalnej strategii nawet w trakcie eksploracji,
- korzysta z wielu strategii podążając tylko jedną.

Uczenie aktywne

Q-Learning

$$Q(s_t, a_t) = Q(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma max_a Q(s_{t+1}, a) - Q(s_t, a_t)]$$

Uczenie aktywne

Q-Learning

Wartość dla strategii π^* - optymalnej strategii

$$Q(s_t, a_t) = Q(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma \, max_a Q(s_{t+1}, a) - Q(s_t, a_t)]$$

Uczenie aktywne

Q-Learning

Wartość dla strategii π^* - optymalnej strategii

$$Q(s_t, a_t) = Q(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma \max_a Q(s_{t+1}, a) - Q(s_t, a_t)]$$

Nagroda otrzymana po wykonaniu akcji a_t w stanie s_t

Uczenie aktywne

Q-Learning

$$Q(s_t, a_t) = Q(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma \max_a Q(s_{t+1}, a) - Q(s_t, a_t)]$$

$$Q(s_t, a_t) = (1 - \alpha)Q(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma \max_a Q(s_{t+1}, a)]$$

Uczenie aktywne

Q-Learning

Algorytm Q-Learning do wyznaczenia strategii $\pi \approx \pi_*$

Parametry algorytmu: krok uczenia $\alpha \in (0, 1]$, $\epsilon > 0$ o małej wartości
Inicjalizacja tablicy $Q(s, a)$, dla każdego stanu $s \in S$ i akcji w tym stanie $a \in A(s)$, losowymi wartościami oprócz stanu końcowego $Q(terminal, .) = 0$
Pętla po wszystkich epizodach:
    Inicjalizacja s
    Dla każdego kroku w epizodzie:
        Wybierz akcję a w stanie s wykorzystując strategię opartą o tablicę Q (np., ϵ-zachłanną)
        Wykonaj akcję a i zaobserwuj r oraz s'
        $Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + \alpha[r + \gamma max_a Q(s', a) - Q(s, a)]$
        $s \leftarrow s'$
    Dopóki s nie jest stanem końcowym

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

Uczenie aktywne

Q-Learning

Q-Learning for estimating $\pi \approx \pi_*$

Algorithm parameter: step size $\alpha \in (0, 1]$, small $\epsilon > 0$
Initialize $Q(s, a)$, for all $s \in S$, $a \in A(s)$, arbitrarily except that $Q(terminal, .) = 0$
Loop for each episode:
    Initialize s
    Loop for each step of episode:
        Choose a from s using policy derived from Q (e.g., ϵ-greedy)
        Take action a, observe r, s'
        $Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + \alpha[r + \gamma max_a Q(s', a) - Q(s, a)]$
        $s \leftarrow s'$
    Until s is not terminal

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

Uczenie aktywne

Q-Learning

Algorytm ϵ-zachłanny:

$$a = \begin{cases} \text{argmax}_a Q(s,.) & \text{z prawdopodobieństwem} \quad 1-\epsilon \ * \\ \text{losowa akcja} & \text{z prawdopodobieństwem} \quad \epsilon \end{cases} \tag{16}$$

* w przypadku kilku akcji z taką samą wartością należy wybierać **losową**

Uczenie aktywne

Q-Learning - przykład liczbowy

Nowe środowisko:

Aktualizowanie funkcji wartości dla pary stan-akcja (s_t, a_t):

$$Q(s_t, a_t) = Q(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma max_a Q(s_{t+1}, a) - Q(s_t, a_t)]$$

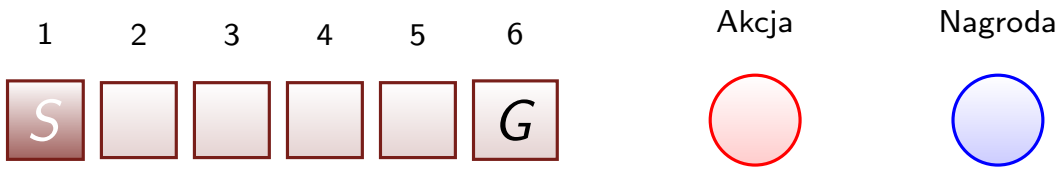
Parametry algorytmu:

- $\alpha = 0.1$,
- $\gamma = 0.9$,
- $r_G = 1$, w pozostałych przypadkach $r = 0$.

Uczenie aktywne

Q-Learning - przykład liczbowy cd.

Epizod 1:



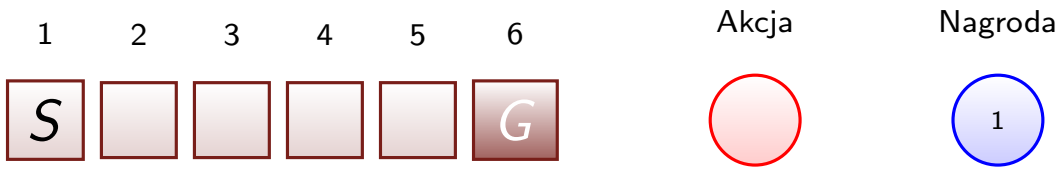
$$Q(s_t, a_t) = Q(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma max_a Q(s_{t+1}, a) - Q(s_t, a_t)]$$

Stan	L	P
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0
5	0	0
6	0	0

Uczenie aktywne

Q-Learning - przykład liczbowy cd.

Epizod 1:



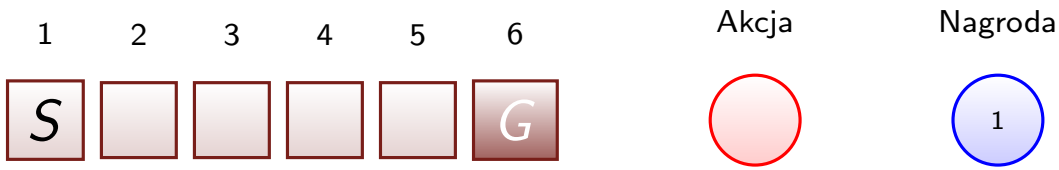
$$Q(5,P) = Q(5,P) + \alpha[r + \gamma max_a Q(6,a) - Q(5,P)]$$

Stan	L	P
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0
5	0	0
6	0	0

Uczenie aktywne

Q-Learning - przykład liczbowy cd.

Epizod 1:



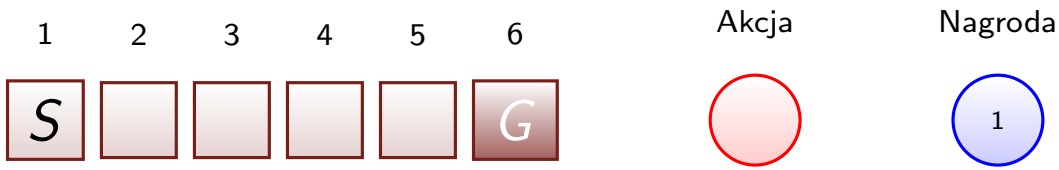
$$Q(5, P) = 0 + 0.1[1 + 0.9 * 0 - 0] = 0.1$$

Stan	L	P
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0
5	0	0
6	0	0

Uczenie aktywne

Q-Learning - przykład liczbowy cd.

Epizod 1:



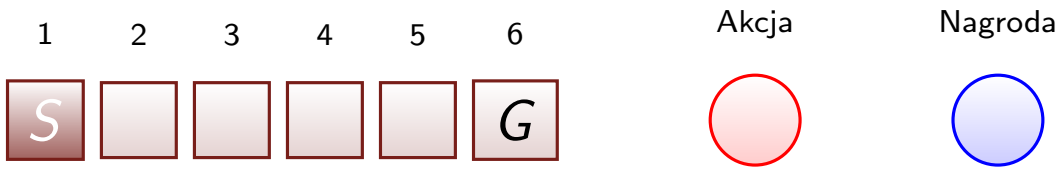
$$Q(5, P) = 0 + 0.1[1 + 0.9 * 0 - 0] = 0.1$$

Stan	L	P
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0
5	0	0.1
6	0	0

Uczenie aktywne

Q-Learning - przykład liczbowy cd.

Epizod 2:



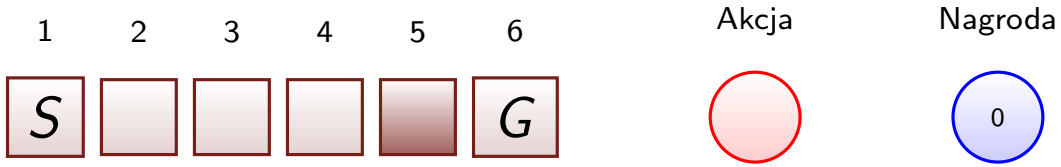
$$Q(s_t, a_t) = Q(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma max_a Q(s_{t+1}, a) - Q(s_t, a_t)]$$

Stan	L	P
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0
5	0	0.1
6	0	0

Uczenie aktywne

Q-Learning - przykład liczbowy cd.

Epizod 2:



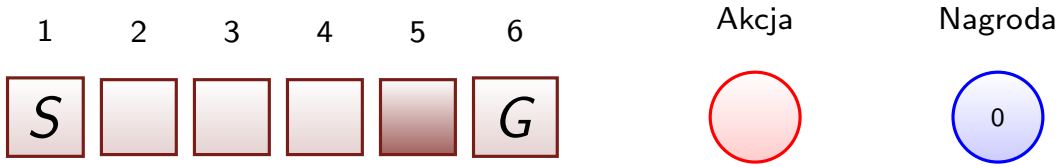
$$Q(4,P) = Q(4,P) + \alpha[r + \gamma max_a Q(5,a) - Q(4,P)]$$

Stan	L	P
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0
5	0	0.1
6	0	0

Uczenie aktywne

Q-Learning - przykład liczbowy cd.

Epizod 2:



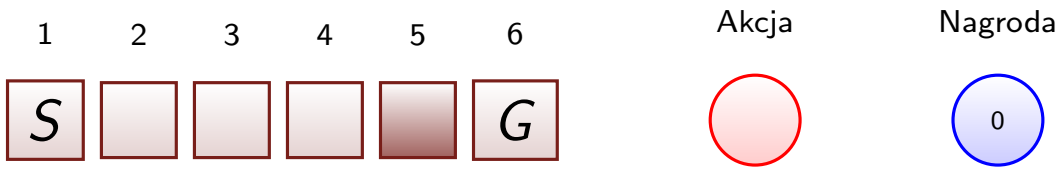
$$Q(4, P) = 0 + 0.1[0 + 0.9 * 0.1 - 0] = 0.009$$

Stan	L	P
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0
5	0	0.1
6	0	0

Uczenie aktywne

Q-Learning - przykład liczbowy cd.

Epizod 2:



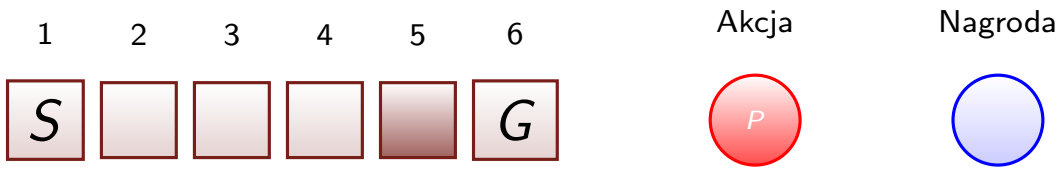
$$Q(4, P) = 0 + 0.1[0 + 0.9 * 0.1 - 0] = 0.009$$

Stan	L	P
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0.009
5	0	0.1
6	0	0

Uczenie aktywne

Q-Learning - przykład liczbowy cd.

Epizod 2:



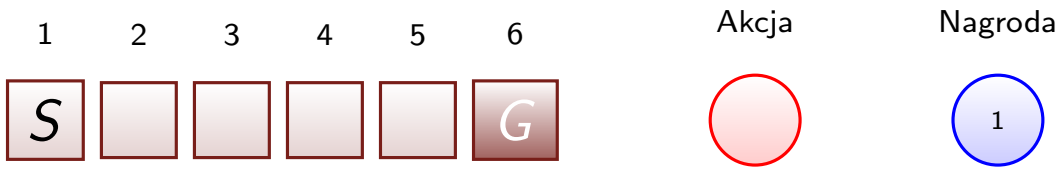
$$Q(s_t, a_t) = Q(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma max_a Q(s_{t+1}, a) - Q(s_t, a_t)]$$

Stan	L	P
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0.009
5	0	0.1
6	0	0

Uczenie aktywne

Q-Learning - przykład liczbowy cd.

Epizod 2:



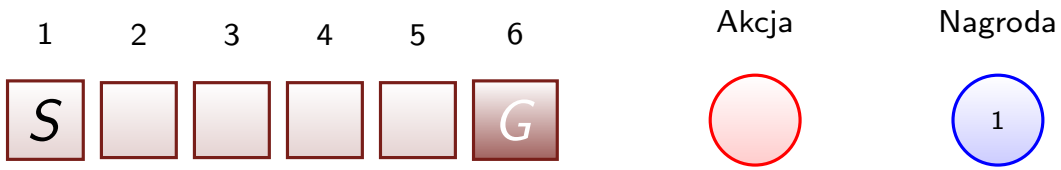
$$Q(s_t, a_t) = Q(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma max_a Q(s_{t+1}, a) - Q(s_t, a_t)]$$

Stan	L	P
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0.009
5	0	0.1
6	0	0

Uczenie aktywne

Q-Learning - przykład liczbowy cd.

Epizod 2:



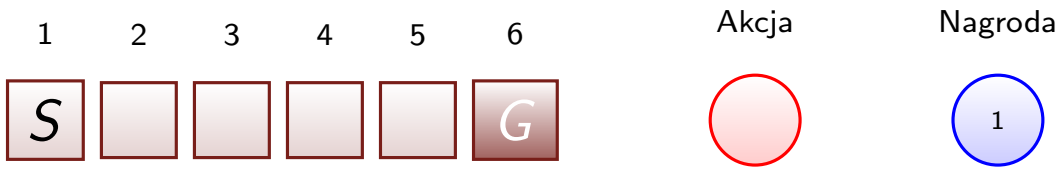
$$Q(5,P) = Q(5,P) + \alpha[r + \gamma max_a Q(6,a) - Q(5,P)]$$

Stan	L	P
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0.009
5	0	0.1
6	0	0

Uczenie aktywne

Q-Learning - przykład liczbowy cd.

Epizod 2:



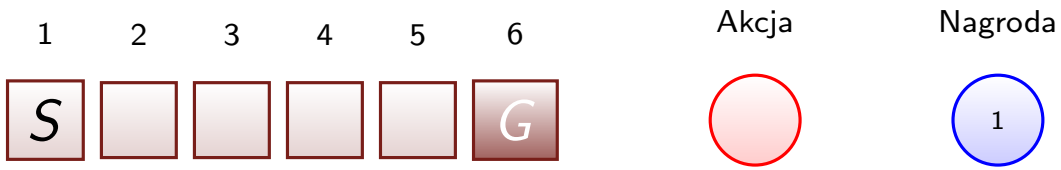
$$Q(5, P) = 0.1 + 0.1[1 + 0.9 * 0 - 0.1] = 0.19$$

Stan	L	P
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0.009
5	0	0.1
6	0	0

Uczenie aktywne

Q-Learning - przykład liczbowy cd.

Epizod 2:

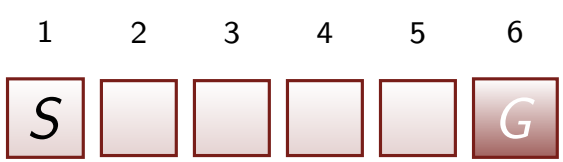


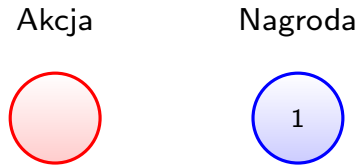
$$Q(5, P) = 0.1 + 0.1[1 + 0.9 * 0 - 0.1] = 0.19$$

Stan	L	P
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0.009
5	0	0.19
6	0	0

Uczenie aktywne

Q-Learning - przykład liczbowy cd.





Epizod 3

Stan	L	P
1	0	0
2	0	0
3	0	0.00081
4	0	0.02520
5	0	0.27100
6	0	0

Epizod 4

Stan	L	P
1	0	0
2	0	0.00007
3	0	0.00300
4	0	0.04707
5	0	0.34390
6	0	0

Uczenie aktywne

SARSA

Przykład algorytmu *On-Policy*.

Do aktualizacji wartości funkcji w stanie (s_t, a_t) używana jest wartość z następnego stanu dla akcji, która później rzeczywiście będzie wykonana (s_{t+1}, a_{t+1}).

$$Q(s_t, a_t) = Q(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma Q(s_{t+1}, a_{t+1}) - Q(s_t, a_t)]$$

Uczenie aktywne

SARSA

Algorytm SARSA do wyznaczenia strategii $\pi \approx \pi_*$

Parametry algorytmu: krok uczenia $\alpha \in (0, 1]$, $\epsilon > 0$ o małej wartości
Inicjalizacja tablicy $Q(s, a)$, dla każdego stanu $s \in S$ i akcji w tym stanie $a \in A(s)$, losowymi wartościami oprócz stanu końcowego $Q(terminal, .) = 0$
Pętla po wszystkich epizodach:
    Inicjalizacja s
    Wybierz akcję a w stanie s wykorzystując strategię opartą o tablicę Q (np., ϵ-zachłanną)
    Dla każdego kroku w epizodzie:
        Wykonaj akcję a i zaobserwuj r oraz s'
        Wybierz akcję a' w stanie s' wykorzystując strategię opartą o tablicę Q (np., ϵ-zachłanną)
        $Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + \alpha[r + \gamma Q(s', a') - Q(s, a)]$
        $s \leftarrow s'$, $a \leftarrow a'$
    Dopóki s nie jest stanem końcowym

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

Uczenie aktywne

SARSA

SARSA for estimating $\pi \approx \pi_*$

Algorithm parameter: step size $\alpha \in (0, 1]$, small $\epsilon > 0$
Initialize $Q(s, a)$, for all $s \in S$, $a \in A(s)$, arbitrarily except that $Q(terminal, .) = 0$
Loop for each episode:
    Initialize s
    Choose a from s using policy derived from Q (e.g., ϵ-greedy)
    Loop for each step of episode:
        Take action a, observe r, s'
        Choose a' from s' using policy derived from Q (e.g., ϵ-greedy)
        $Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + \alpha[r + \gamma Q(s', a') - Q(s, a)]$
        $s \leftarrow s'$, $a \leftarrow a'$
    Until s is not terminal

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

Uczenie aktywne

Expected SARSA

Przykład algorytmu *On-Policy*.

Do aktualizacji wartości funkcji w stanie $(s_t,\ a_t)$ używana jest oczekiwana wartość z następnego stanu obliczona zgodnie z założoną strategią.

$$Q(s_t, a_t) = Q(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma \sum_a \pi(a|s_{t+1}) Q(s_{t+1}, a) - Q(s_t, a_t)]$$

Uczenie aktywne

SARSA(λ)

Połączenie algorytmu Monte Carlo oraz SARSA.

"Śledzenie" odwiedzonych stanów oraz aktualizacja wartości wszystkich odwiedzonych stanów w każdym kroku.

$E_t(s, a)$ - ślad w dla pary stan - akcja w chwili czasowej t.

$Q_{t+1}(s, a) = Q_t(s, a) + \alpha\delta_t E_t(s, a)$.
$\delta_t = r_{t+1} + \gamma Q_t(s_{t+1}, a_{t+1}) - Q_t(s_t, a_t)$.

Uczenie aktywne

SARSA(λ)

Algorytm SARSA(λ) do wyznaczenia strategii $\pi \approx \pi_*$

Parametry algorytmu: krok uczenia $\alpha \in (0, 1]$, $\epsilon > 0$ o małej wartości, $\lambda \in [0, 1]$
Inicjalizacja tablicy $Q(s, a)$, dla każdego stanu $s \in S$ i akcji w tym stanie $a \in A(s)$, losowymi wartościami oprócz stanu końcowego $Q(terminal, .) = 0$
Pętla po wszystkich epizodach:
    Inicjalizacja s oraz $E(s, a) = 0$, dla każdego stanu $s \in S$ i akcji w tym stanie $a \in A(s)$
    Wybierz akcję a w stanie s wykorzystując strategię opartą o tablicę Q (np., ϵ-zachłanną)
    Dla każdego kroku w epizodzie:
        Wykonaj akcję a i zaobserwuj r oraz s'
        Wybierz akcję a' w stanie s' wykorzystując strategię opartą o tablicę Q (np., ϵ-zachłanną)
        $\delta \leftarrow r + \gamma Q(s', a') - Q(s, a)$
        $E(s, a) = E(s, a) + 1$
        Dla każdeg $s \in S$, $a \in A(s)$:
            $Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + \alpha\delta E(s, a)$
            $E(s, a) \leftarrow \gamma\lambda E(s, a)$
        $s \leftarrow s'$, $a \leftarrow a'$
    Dopóki s nie jest stanem końcowym

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2015.

Uczenie aktywne

SARSA(λ)

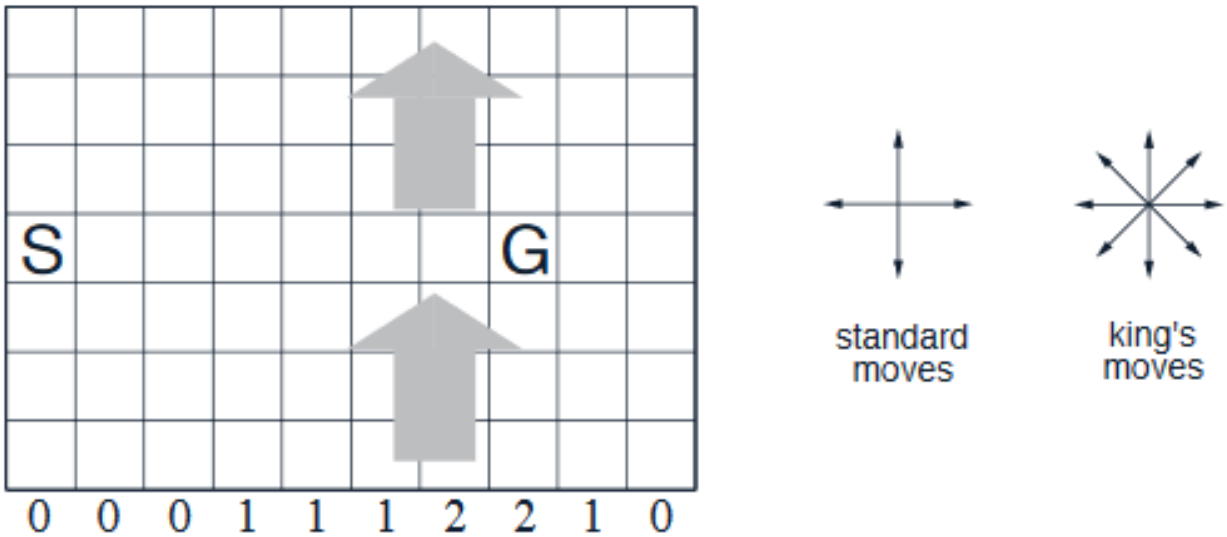
SARSA(λ) for estimating $\pi \approx \pi_*$

Algorithm parameter: step size $\alpha \in (0, 1]$, small $\epsilon > 0$, $\lambda \in [0, 1]$
Initialize $Q(s, a)$, for all $s \in S$, $a \in A(s)$, arbitrarily except that $Q(terminal, .) = 0$
Loop for each episode:
    $E(s, a) = 0$, for all $s \in S$, $a \in A(s)$
    Initialize s
    Choose a from s using policy derived from Q (e.g., ϵ-greedy)
    Loop for each step of episode:
        Take action a, observe r, s'
        Choose a' from s' using policy derived from Q (e.g., ϵ-greedy)
        $\delta \leftarrow r + \gamma Q(s', a') - Q(s, a)$
        $E(s, a) = E(s, a) + 1$
        For all $s \in S$, $a \in A(s)$:
            $Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + \alpha\delta E(s, a)$
            $E(s, a) \leftarrow \gamma\lambda E(s, a)$
        $s \leftarrow s'$, $a \leftarrow a'$
    Until s is not terminal

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2015.

Uczenie aktywne

Model środowiska

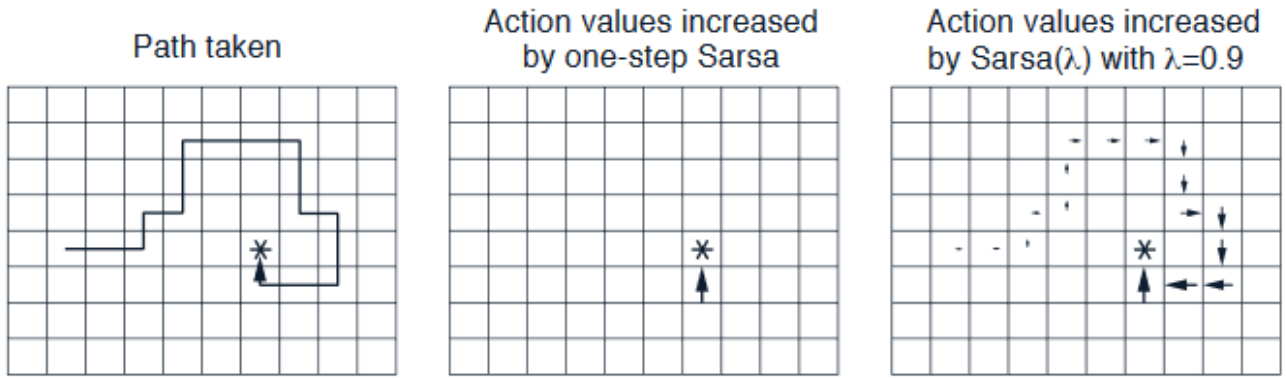


Rysunek 8: Windy Gridworld

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2015.

Uczenie aktywne

SARSA(λ)



Rysunek 9: Porównanie działania algorytmów SARSA i SARSA(λ)

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2015.

Uczenie aktywne

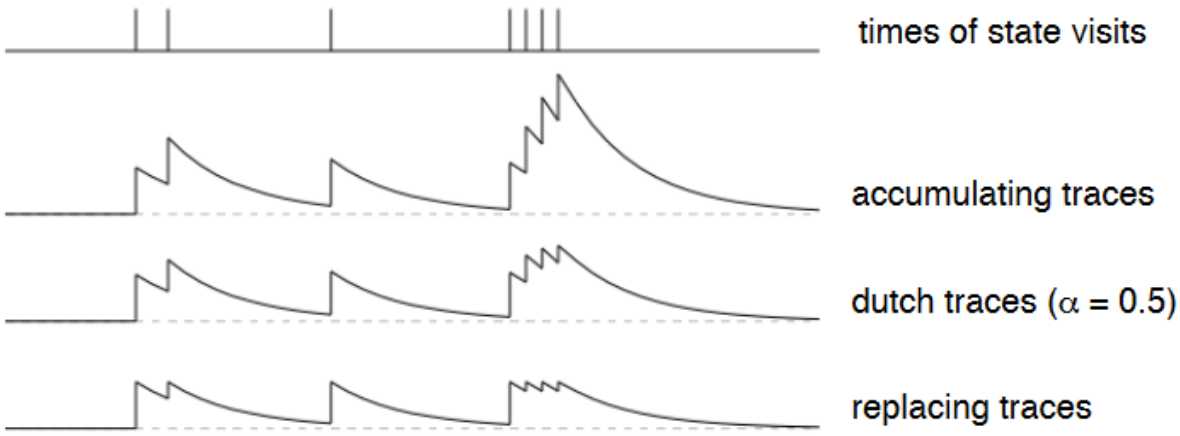
SARSA(λ)

Strategie aktualizacji śladu:

- $E_t(s,a) = \gamma\lambda E_{t-1}(s,a) + 1$ - ang. *accumulating traces*,
- $E_t(s,a) = 1$ - ang. *replacing traces*,
- $E_t(s,a) = (1-\alpha)\gamma\lambda E_{t-1}(s,a) + 1$ - ang. *dutch traces*.

Uczenie aktywne

SARSA(λ)

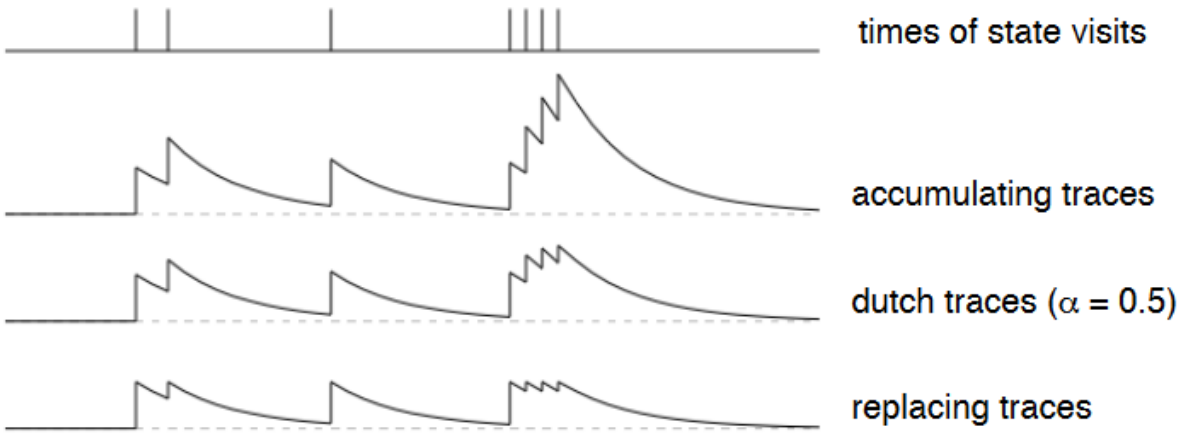


Rysunek 10: Porównanie strategii aktualizacji śladu

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2015.

Uczenie aktywne

SARSA(λ)



Rysunek 11: Porównanie strategii aktualizacji śladu

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2015.

Uczenie aktywne

Maximization Bias

Aktualizowanie funkcji wartości dla pary stan-akcja (s_t, a_t):

$$Q(s_t, a_t) = Q(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma max_a Q(s_{t+1}, a) - Q(s_t, a_t)]$$

- Użycie maksimum dla kolejnego stanu do aktualizacji wartości funkcji może prowadzić do nadmiernie optymistycznego przeszacowania wartości.
- $\mathbb{E}_{s'}(max_{a'}(Q(s_{t+1}, a'))) \geqslant max_{a'}(\mathbb{E}_{s'}(Q(s_{t+1}, a')))$
- Problem ten jest nazywany *Maximization Bias*.

Uczenie aktywne

Double Q-Learning

Rozwiązanie problemu:

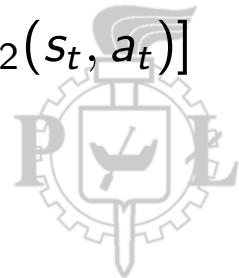
Uczenie oddzielnie dwóch funkcji Q - Q_1 i Q_2.

Aktualizacja wartości funkcji Q_1 na podstawie wartości funkcji Q_2:

$$Q_1(s_t, a_t) = Q_1(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma Q_2(s_{t+1}, argmax_a(Q_1(s_{t+1}, a))) - Q_1(s_t, a_t)]$$

Aktualizacja wartości funkcji Q_2 na podstawie wartości funkcji Q_1:

$$Q_2(s_t, a_t) = Q_2(s_t, a_t) + \alpha[r_{t+1} + \gamma Q_1(s_{t+1}, argmax_a(Q_2(s_{t+1}, a))) - Q_2(s_t, a_t)]$$



Uczenie aktywne

Double Q-Learning

Algorytm Double Q-Learning do szacowania $Q_1 \approx Q_2 \approx q_*$

Parametry algorytmu: krok uczenia $\alpha \in (0, 1]$, $\epsilon > 0$ o małej wartości
Inicjalizacja tablic $Q_1(s, a)$ i $Q_2(s, a)$, dla każdego stanu $s \in S$ i akcji w tym stanie $a \in A(s)$, losowymi wartościami oprócz stanu końcowego $Q(terminal, .) = 0$
Pętla po wszystkich epizodach:
    Inicjalizacja s
    Dla każdego kroku w epizodzie:
        Wybierz akcję a w stanie s wykorzystując strategię ϵ-zachłanną dla $Q_1 + Q_2$
        Wykonaj akcję a i zaobserwuj r oraz s'
        Z prawdopodobieństwem 0.5 aktualizuj:

$$Q_1(s, a) = Q_1(s, a) + \alpha[r + \gamma Q_2(s', argmax_a(Q_1(s', a))) - Q_1(s, a)]$$

        lub:

$$Q_2(s, a) = Q_2(s, a) + \alpha[r + \gamma Q_1(s', argmax_a(Q_2(s', a))) - Q_2(s, a)]$$

        $s \leftarrow s'$
    Dopóki s nie jest stanem końcowym

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

Uczenie aktywne

Double Q-Learning

Double Q-Learning, for estimating $Q_1 \approx Q_2 \approx q_*$

Algorithm parameter: step size $\alpha \in (0, 1]$, small $\epsilon > 0$
Initialize $Q_1(s, a)$ and $Q_2(s, a)$, for all $s \in S$, $a \in A(s)$, arbitrarily except that $Q(terminal, .) = 0$
Loop for each episode:
Initialize s
Loop for each step of episode:
Choose a from s using the policy ϵ-greedy in $Q_1 + Q_2$
Take action a, observe r, s'
With 0.5 probability:

$$Q_1(s, a) = Q_1(s, a) + \alpha[r + \gamma Q_2(s', argmax_a(Q_1(s', a))) - Q_1(s, a)]$$

else:

$$Q_2(s, a) = Q_2(s, a) + \alpha[r + \gamma Q_1(s', argmax_a(Q_2(s', a))) - Q_2(s, a)]$$

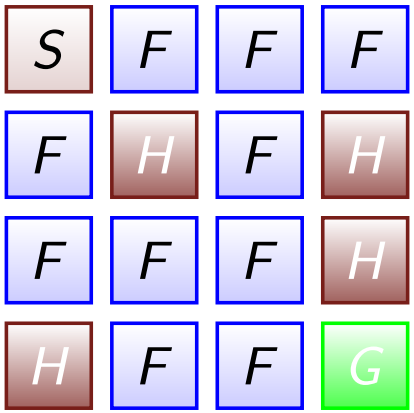
$s \leftarrow s'$
Until s is not terminal

Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

Uczenie aktywne

Model środowiska

Frozen Lake:



Oznaczenia:

- S - stan początkowy,
- F - zamrożone pole,
- H - dziura (stan końcowy),
- G - cel (stan końcowy).

Nagrody:

- 1 - po dotarciu do pola G,
- 0 - w pozostałych przypadkach.

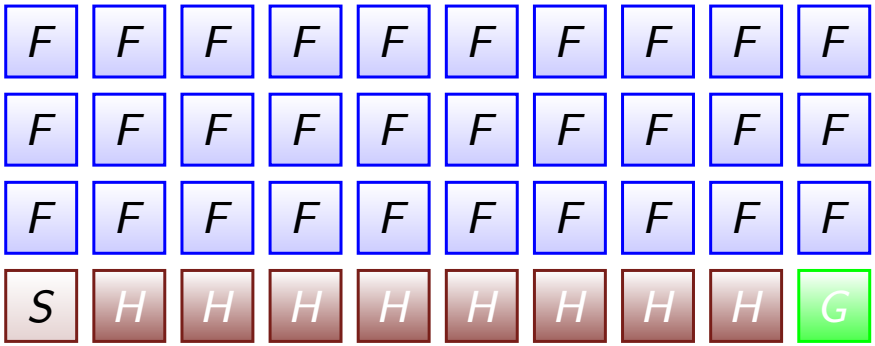
Akcje:

- lewo,
- prawo,
- góra,
- dół.

Uczenie aktywne

Model środowiska

Cliff World:



Akcje:

- lewo,
- prawo,
- góra,
- dół.

Oznaczenia:

- S - stan początkowy,
- F - wolne pole,
- H - dziura (stan końcowy),
- G - cel (stan końcowy).

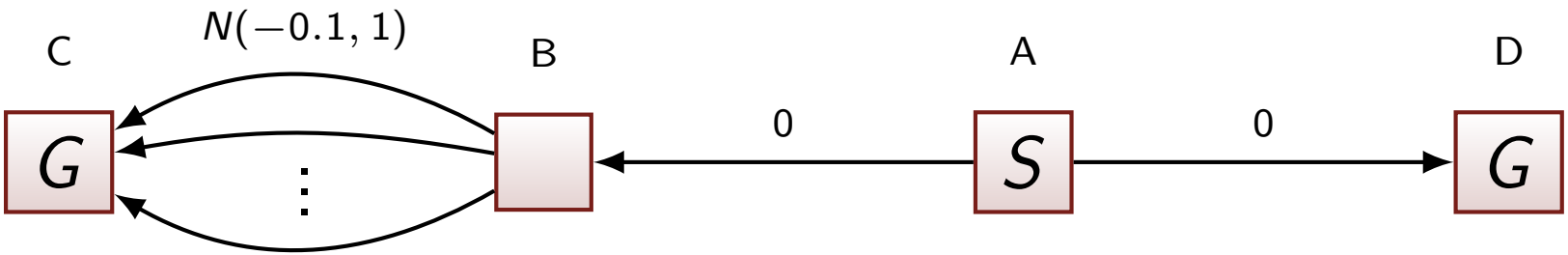
Nagrody:

- 1 - po dotarciu do pola G,
- -100 - po dotarciu do pola H,
- -1 - w pozostałych przypadkach.

Uczenie aktywne

Model środowiska

Double Q-Learning:



Oznaczenia:

- S - stan początkowy,
- G - cel (stan końcowy).

Akcje:

- lewo,
- prawo.

Uczenie aktywne

Materiały uzupełniające

- Książka *Reinforcement Learning: An Introduction*, Richard S. Sutton and Andrew G. Barto, wydanie drugie, 2018.
  - Rozdziały 5.1, 5.2, 5.3 i 5.4 - *Monte Carlo Methods*.
  - Rozdziały 6.1, 6.2, 6.3 i 6.5 - *TD Learning and Q-Learning*.
  - Rozdziały 6.4 i 6.6 - *SARSA* i *Expected SARSA*.
  - Rozdziały 6.7 - *Double Q-Learning*.
- Książka *Reinforcement Learning: An Introduction*, Richard S. Sutton and Andrew G. Barto, 2015.
  - Rozdziały 7.1 - 7.5 - *Eligibility traces* i *SARSA(λ)*.
- Video *Artificial Intelligence Course by Pieter Abbeel - Lecture 10: Reinforcement Learning – od 0:38:00*.
- Video *RL Course by David Silver - Lecture 5: Model Free Control – od 1:00:00*.

Aproksymacja funkcji wartości stanu

Aproksymacja funkcji wartości stanu

Podsumowanie dotychczasowo zdobytej wiedzy:

- opracowanie idealnej strategii na podstawie znajomości modelu środowiska (uczenie pasywne),
- opracowanie strategii na podstawie doświadczenia (uczenie aktywne),
- do tej pory wartości opisujące stan lub parę stan-akcja przechowywane były w tablicy, co może okazać się problematyczne:
  - w przypadku próby rozwiązania rzeczywistych problemów liczba stanów lub akcji może być zbyt duża, do przechowywania ich wartości w tablicy,
  - Backgammon - 10^{20} stanów,
  - Szachy - 10^{40} stanów,
  - Go - 10^{70} stanów.

Aproksymacja funkcji wartości stanu

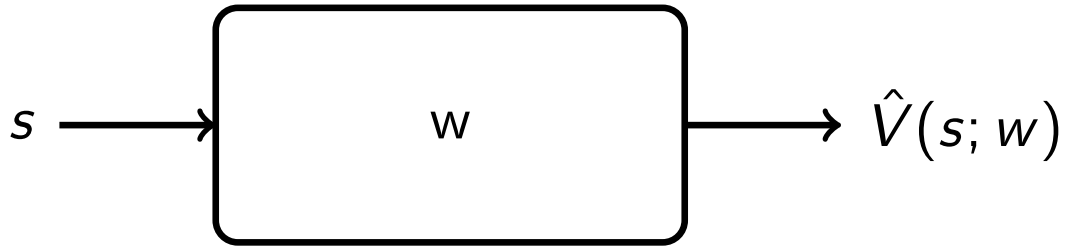
Podsumowanie dotychczasowo zdobytej wiedzy:

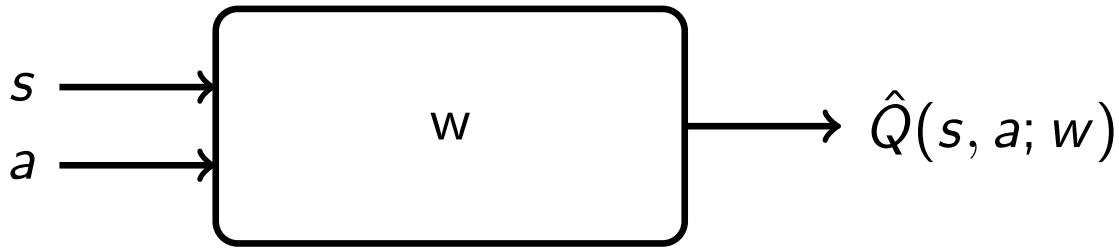
- opracowanie idealnej strategii na podstawie znajomości modelu środowiska (uczenie pasywne),
- opracowanie strategii na podstawie doświadczenia (uczenie aktywne),
- do tej pory wartości opisujące stan lub parę stan-akcja przechowywane były w tablicy, co może okazać się problematyczne:
  - w przypadku próby rozwiązania rzeczywistych problemów liczba stanów lub akcji może być zbyt duża, do przechowywania ich wartości w tablicy,
  - Backgammon - 10^{20} stanów,
  - Szachy - 10^{40} stanów,
  - Go - 10^{70} stanów.

Reprezentacja tabelaryczna jest niewystarczająca!

Aproksymacja funkcji wartości stanu

Reprezentacja stanu (stanu-akcji) za pomocą sparametryzowanej funkcji:





Aproksymacja funkcji wartości stanu

Wiele możliwości aproksymacji funkcji wartości stanu:

- Liniowa kombinacja cech.
- Sieci neuronowe.
- Drzewa decyzyjne.

Funkcja powinna być różniczkowalna.
Dwie najpopularniejsze klasy różniczkowalnych funkcji aproksymacyjnych:

- Liniowa kombinacja cech.
- Sieci neuronowe.

Aproksymacja funkcji wartości stanu

Liniowa kombinacja cech

- Określenie optymalnej strategii poprzez wyznaczenie wartości funkcji V(s) lub Q(s, a).
- Przechowywanie wartości funkcji w tablicy.
- Aktualizacja po każdym epizodzie (metody Monte Carlo) lub po każdym kroku (metody różnic tymczasowych).

Aproksymacja funkcji wartości stanu

Liniowa kombinacja cech

- Określenie optymalnej strategii poprzez wyznaczenie wartości funkcji V(s) lub Q(s, a).
- Przechowywanie wartości funkcji w tablicy.
- Aktualizacja po każdym epizodzie (metody Monte Carlo) lub po każdym kroku (metody różnic tymczasowych).

W przypadku funkcji aproksymujących po każdym kroku następuje zmiana parametrów tych funkcji (dopasowanie).

Aproksymacja funkcji wartości stanu

Liniowa kombinacja cech

Funkcja $f(s, a)$ zwraca wektor cech dla stanu s i akcji a. Wartość dla pary stan-akcja będzie obliczana zgodnie ze wzorem:

$$Q(s, a) = \sum_{i=1}^{n} f_i(s, a) w_i \tag{17}$$

Błąd tymczasowy:

$$\delta = (r + \gamma \max_{a'} Q(s', a')) - Q(s, a) \tag{18}$$

Aproksymacja funkcji wartości stanu

Liniowa kombinacja cech

Aktualizacja wartości wag:

$$w_i = w_i + \alpha\delta f_i(s, a) \tag{19}$$

Minimalizacja błędu:

$$J(w) = ||(r + \gamma \max_{a'} Q(s', a')) - Q(s, a)||^2 \tag{20}$$

Aproksymacja funkcji wartości stanu

Pacman

Cechami są funkcje przekształcające stan na liczbę rzeczywistą (najczęściej z zakresu $< 0, 1 >$) w taki sposób, żeby uchwycić najważniejsze właściwości stanu.

Przykładowe cechy w grze Pacman:

- odległość od najbliższego duszka,
- odległość od najbliższego jedzenia ...

Aproksymacja funkcji wartości stanu

Materiały uzupełniające

- Książka *Reinforcement Learning: An Introduction*, Richard S. Sutton and Andrew G. Barto, wydanie drugie, 2018.
  - Rozdziały 9.4 - *Linear Methods*.
- Video *Artificial Intelligence Course by Pieter Abbeel - Lecture 11: Reinforcement Learning II – od 0:31:00*.
- Video *RL Course by David Silver - Lecture 6: Value Function Approximation*.